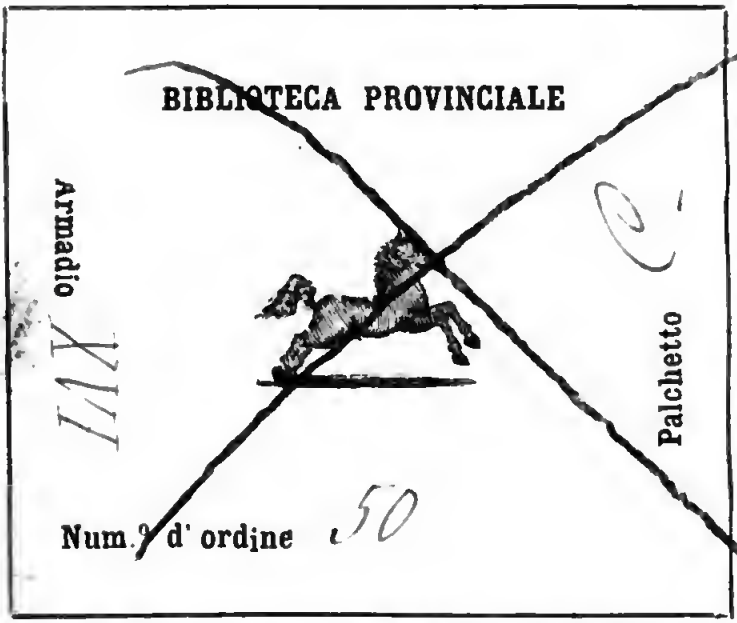
VITTORIO EM III

FONDO PIZZOFALCONE



139-30

NAZIONALE
B. Prov.
I
1645
R. BIBLIOTECA
VITT. EM. III
NAPOLI

B. Prov.
I
1645

Digitized by Google

Digitized by Google

COURS COMPLET

DE

TOPOGRAPHIE ET DE GÉODÉSIE.

N°. II.

Digitized by Google

AVIS.

Les matières embrassées par un cours complet de topographie et de géodésie, traitant de la construction des cartes et des plans de toute espèce, sont assez variées ; mais toutes ne sont pas d'une égale nécessité à connaître, pour la confection des divers genres de dessins géométriques qui en dépendent. Nous croyons donc entrer dans l'intérêt des personnes qui doivent les construire, en publiant cet ouvrage en dix groupes de matières séparées, ayant chacun un objet particulier en vue, et pouvant ainsi s'acquérir, soit partiellement, soit en totalité. Voici quels en sont les titres ;

N°. *1. Traité des *levés à la planchette*, précédé de généralités sur les descriptions graphiques des corps et du globe terrestre en particulier.

*2. Traité des *levés à la boussole* et des *levés au goniomètre*.

3. Traité d'*arpentage*, comprenant les *levés à la chaîne* et les *levés à l'équerre d'arpenteur*, avec leur application à l'évaluation des surfaces et à la construction des plans des édifices, des usines, etc.

4. Traité complet de *nivellement*.

5. Traité de l'*expression du relief du terrain* sur les cartes topographiques, suivi de divers procédés pour construire les *plans* et les *cartes-reliefs*.

6. Traité *du dessin et du lavis des plans et des cartes*, contenant des problèmes relatifs à leur réduction et à leur amplification.

7. Traité des *levés militaires*, suivi d'une classification et nomenclature des formes du terrain, et de détails sur la rédaction des mémoires relatifs aux levés topographiques.

8. Traité des *opérations trigonométriques*, ou moyen d'obtenir le canevas trigonométrique des grandes cartes topographiques.

9. Traité de *géodésie*, ou moyen d'obtenir le canevas des cartes chorographiques et géographiques, suivi d'un essai de métrologie.

10. Traité de la *construction des cartes géographiques*.

Chaque livraison sera accompagnée des planches et des cartes qui lui appartiennent. Le nombre des feuilles d'impression et la composition des planches serviront de base à la fixation des prix de vente. Les livraisons publiées sont marquées d'une astérisque.

Ouvrages du même auteur.

Théorie générale des Pèse-liqueurs, appliquée à la construction et à l'emploi de toutes sortes d'aréomètres entièrement comparables, avec des tables aéromètriques très-étendues, donnant les pesanteurs spécifiques correspondant aux degrés des pèse-liqueurs en usage, etc., avec une planche lithographiée, in-8., 1825.

Théorie, construction et usage du Pachomètre, instrument destiné à mesurer l'épaisseur des glaces montées, in-8., avec fig. 1824.

PARIS.—IMPRIMERIE DE PAIN, RUE RACINE, N°. 4, PLACE DE L'ODÉON.

607833

COURS COMPLET

DE

TOPOGRAPHIE ET DE GÉODÉSIE,

A L'USAGE DE L'ÉCOLE D'APPLICATION
DU CORPS ROYAL D'ÉTAT-MAJOR.

PAR P.-M.-N. BENOÎT,

INGÉNIEUR, ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, MEMBRE DE PLUSIEURS SOCIÉTÉS SAVANTES.

Deuxième Livraison.

TRAITÉ
DES LEVÉS A LA BOUSSOLE
ET
DES LEVÉS AU GONIOMÈTRE.

Da veniam scriptis quorum non gloria nobis
Causa, sed utilitas officiumque fuit.
OVID.

A PARIS,
CHEZ BARROIS L'AINÉ, LIBRAIRE,
RUE DE SEINE, N°. 10, F. S. G.

1825.

Les formalités voulues par la loi ayant été remplies, on poursuivra les contrefacteurs et débitans d'éditions contrefaites.

Google

PRÉFACE.

Par suite de la perte que l'École d'Application du corps royal d'état-major fit de M. le chef d'escadron Maissiat, dont nous étions l'adjoint et l'ami, et des fatigues que nous avait causées les travaux divers auxquels nous dûmes nous livrer pendant les quatre premières années de l'organisation de cette école; travaux qui, dans la vue de nous rendre plus utiles, ne nous étaient pas tous imposés par les devoirs des fonctions que nous avions acceptées; nous sollicitâmes et nous obtînmes de S. Ex. le ministre de la guerre la faveur de cesser nos leçons, pour passer quelque temps en disponibilité. Notre nouvelle position ne nous encourageait pas à continuer l'impression de notre cours, que nous fûmes tentés d'ajourner indéfiniment; mais les conseils de quelques amis, et l'accueil favorable que font les amateurs de topographie à notre *Traité des levés à la planchette*, nous causent un vif regret d'avoir retardé jusqu'à ce jour la publication de notre *Traité des Levés à la boussole*, mis sous presse depuis si long-temps.

La topographie touche à une ère nouvelle, il faut absolument que les cartes parlent désormais le langage de la géométrie descriptive. Des tableaux pittoresques, fruits ordinaires du caprice du dessinateur, se prêtent à trop d'interprétations différentes; le vague qu'ils renferment ne convient plus à l'état des sciences, dont l'immortel flambeau éclaire la marche de tant d'arts qui, comme la topographie, restèrent long-temps stationnaires au milieu des siècles. Aussi, depuis l'impression de notre premier traité,

a-t-on publié divers écrits destinés à modifier plus ou moins la méthode que nous avons proposée, pour rendre sensible à l'œil le figuré du relief du terrain ; méthode qui consiste, comme nous l'avons dit (1), « *à espacer les* » HACHURES *d'une quantité proportionnelle à leur longueur* » (entre des sections horizontales verticalement équidis- » tantes), *quantité que, pour la facilité de l'exécution,* » *nous avons fixée au quart ou au huitième de la longueur* » *de la hachure.* » M. le général H., revenu de la méthode qu'il avait proposée dans une note publiée en 1820, fut un des premiers qui goûtèrent la nôtre dès qu'il en eut connaissance par M. le capitaine Noiset, notre ancien camarade, à qui nous l'avions développée dans les salles de l'école d'état-major, où il était venu nous proposer son système du *module* (2). Ces messieurs, dans le *Mémoire sur le figuré du terrain*, qu'ils ont publié en commun, en novembre 1822, n'adoptent notre méthode que pour les *pentes douces* (3) ; ils expriment les *pentes raides*, celles

---

(1) *Traité des Levés à la Planchette*, page 29.

(2) Ce système, fort ingénieux, mais inexécutable en pratique, consiste à mettre dans la longueur constante du *module* de la carte, autant de hachures, d'égale grosseur, qu'il y a de grades dans la pente du terrain à représenter. La longueur du *module* se trouve d'ailleurs en disposant, à côté les unes des autres, 60 hachures se touchant seulement, pour former du noir plein, lequel est ainsi le signe indicatif des pentes de 60 grades.

(3) A ce sujet, nous citerons leurs propres paroles : « D'autres person- » nes, disent ils, ont proposé de fixer l'espacement des hachures au » quart de leur longueur, prise entre deux courbes équidistantes. Cette » loi procure des moyens d'exécution d'autant plus précieux dans la » pratique, que, *s'il fallait avoir constamment le* COMPAS *à la main* » pour régler la position de chaque trait, *on serait rebuté* par la lon- » gueur du travail, et *forcé de renoncer à toute méthode de ce genre.* » Et pourtant on lit plus loin : « Le tracé des gros traits qui représen- » tent les pentes raides, s'exécute par des moyens *analogues* à ceux » qui ont été indiqués pour les pentes douces. Après avoir tracé une » normale entre deux courbes équidistantes, *on prend de la main gau-* » *che une longueur de* 10 *millimètres, et on la porte sur l'une de ces*

qui ont pour base moins de cinq fois leur hauteur (1), en espaçant les hachures « *de manière que seize d'entre elles* » *soient contenues dans un nombre de millimètres égal à* » *ce qu'il faut ajouter au dénominateur de la pente pour* » *compléter le nombre dix..... A mesure que la raideur* » *des pentes, et par conséquent l'espacement des hachu-* » *res, augmente, on grossit de plus en plus les traits,* » *de manière que, pour l'inclinaison de 45 degrés,.... il ne* » *reste entre eux que le moins de blanc possible.*

Il y a loin, il faut en convenir, de cette manière d'exprimer les pentes raides, à la nôtre; pourquoi tant de complication substituée à la simplicité de notre règle? C'est, nous dit-on, pour éviter nos *teintes grises*, et pour obtenir plus de *noir* sur le dessin. Mais cela est-il nécessaire, et même convenable? Nous verrons en son lieu que les teintes *grises* ont leur bon côté, comme nous l'avons déjà fait remarquer autre part.

Si d'ailleurs on tenait absolument à *faire ressortir* sur les cartes *deux classes de pentes*, et même *un plus grand nombre*, qu'est-ce qui s'oppose à ce qu'on le fasse *à l'aide de hachures* 2, 4.... *fois plus grosses que celles des pentes douces, et espacées* 2, 4.... *fois davantage? ce qui est entièrement conforme à notre règle.*

M. Duhousset, notre ancien camarade au corps des ingénieurs géographes, dans son *Mémoire topographique* (2) publié l'an dernier, pour faire connaître le plan du

---

» *deux courbes, de manière que la pointe gauche du* COMPAS *se trouve à* » *la gauche de la normale, et éloignée d'elle d'une quantité égale à la* » *longueur de cette normale même.* L'espace qui se trouve alors com- » pris entre cette dernière et la pointe droite du COMPAS est précisé- » ment celui que seize hachures doivent occuper!... »

(1) Cette classification des pentes est peu motivée; la nature et l'état des terrains influent souvent, plus que leur inclinaison, sur l'accès des animaux et des charrois.

(2) M. Duhousset dit, page 19: « Nous conclurons que *le simple fi-* » *guré géométrique des mouvemens du terrain, par les sections de ni-*

cours dont il est chargé à l'école militaire de Saint-Cyr, s'étend avec quelque détail, sur le figuré du terrain et adopte aussi notre méthode modifiée par M. le général H.; Car, « dit-il, dans son avant-propos, le mémoire » publié en novembre 1822 par M. le général Haxo favo- » risa mon travail; *j'y puisai les idées principales* qui » m'ont dirigé dans la discussion élémentaire que j'ai es- » sayée. »

Nous examinerons, quand il en sera temps, et avec tout le détail possible, les mémoires que nous venons de signaler, afin de compléter notre *Traité de l'expression du relief du terrain*. Toutefois il est flatteur pour nous que l'esprit de nos leçons, sur cette partie si importante de la topographie, soit conservé dans l'instruction imprimée pour l'école d'état-major, et qu'à l'école polytechnique, le dessin de la carte soit enseigné suivant notre méthode.

Le traité que nous publions aujourd'hui sur l'usage de la *boussole* et des *goniomètres*, dans les levés topographi-

---

» *veau*, ne peut former des teintes suffisamment sensibles sur les cartes » topographiques. » Et puis, page 20 : « Donc *les projections des lignes » de plus grande pente, écartées entre elles en raison de leurs lon- » gueurs*, tout en définissant la surface du terrain, rendront facile la » comparaison des pentes de ses élémens. »

Comment concilier entre elles ces deux conclusions? car il est bien évident que le type des teintes d'un dessin par tranches équidistantes, est identique avec celui des teintes d'un dessin par hachures espacées proportionnellement à leur longueur, entre des courbes équidistantes. C'est en effet cette identité qui nous a conduits à proposer notre méthode; car, ayant calculé le type de teintes, produit par une lumière au zénith, nous avons trouvé que les intensités des teintes, pour des pentes de 50gr. et de 0gr. 5, sont dans le rapport de 1,41 à 1 : ce qui offre trop peu de différence; tandis que les teintes qui conviennent à ces mêmes pentes, soit dans un dessin par tranches équidistantes, soit sur un dessin par hachures espacées proportionnellement à leur longueur, ont des intensités dans le rapport de 127,32 à 1, ce qui, certes, doit contenter les plus grands *amateurs de noir*.

Suivons encore M. Duhousset, et nous lirons, page 22 : « Donc on » doit renoncer à modifier les teintes convenablement aux pentes avec » un *écartement proportionnel* ou *des hauteurs d'égale épaisseur !...* »

ques, est divisé en sept chapitres. Dans le premier sont expliqués les moyens principaux de tracer un angle égal à un angle donné, soit graphiquement, soit en nombre : c'est la *goniographie*.

Le second et le troisième chapitres embrassent la description, la vérification, la rectification et l'emploi sur le terrain, *des goniomètres* ou instrumens donnant l'amplitude numérique des angles; l'usage de ces instrumens pour résoudre quelques problèmes particuliers est enseigné dans le chapitre quatrième.

La théorie et l'emploi de la boussole ne peuvent être bien entendus que lorsqu'on a acquis quelques notions sur le magnétisme terrestre, ce qui, dans l'état actuel de la science, exige que l'on s'occupe d'électricité et des phénomènes électro-dynamiques, une des plus belles comme des plus récentes découvertes de la physique. Le chapitre cinquième est destiné à donner, aux lecteurs qui ne se sont pas occupés de physique, des notions suffisantes sur ces objets.

Les chapitres sixième et septième traitent de l'emploi de la bousssole du topographe, de celle à réflexion et de celle du mineur, instrumens décrits et représentés avec assez de détail par les planches.

Dans le dernier chapitre servant de complément aux précédens, après avoir résolu quelques problèmes particuliers, on explique la manière d'employer la boussole sur les *terrains attirables à l'aimant*. On indique ensuite l'usage du *déclinatoire*, la rectification et l'emploi du *clisimètre* adapté ordinairement, en France, aux boussoles du topographe, et enfin la rédaction des *registres d'itinéraires*.

Heureux si ce traité nous mérite, comme celui sur les levés à la planchette, les conseils des amis de la science !

PROGRAMME

DU

COURS DE TOPOGRAPHIE

PROFESSÉ A L'ÉCOLE D'APPLICATION

DU CORPS ROYAL D'ÉTAT-MAJOR,

PENDANT LES ANNÉES 1819-1822.

Quelques personnes ayant désiré connaître le programme du Cours de Topographie dont nous étions chargés à l'École d'application du corps royal d'état-major, nous le transcrivons ici, tel que quatre années d'expérience nous l'avaient fait arrêter, peu de mois avant notre retraite de l'école.

Ce Cours était divisé en deux parties. La première partie avait pour objet l'application de la géométrie élémentaire et de la géométrie descriptive, aux opérations topographiques de détail. La deuxième partie traitait de l'application de la trigonométrie aux grandes opérations topographiques et à la géodésie.

PREMIÈRE PARTIE.

CHAPITRE PREMIER.

Préliminaires.

Art. 1. Moyens de rapporter les positions des points de l'espace, à un nombre suffisant de repères géométriques.

Art. 2. Application aux diverses espèces de cartes, et spécialement aux cartes topographiques.

Digitized by Google

Art. 3. Du canevas géométrique des cartes topographiques.
Art. 4. Des diverses espèces d'échelles, et de leur construction.

CHAPITRE II.

Des levés à la planchette.

Art. 1. De la planchette et de l'alidade. Comment on obtient, avec ces instrumens, la mesure de l'angle de deux plans verticaux.
Art. 2. Examen des divers cas qui peuvent se présenter dans les levés mixtes à la planchette et à la chaîne.
Art. 3. Examen des divers cas qui peuvent se présenter dans les levés purement à la planchette.

CHAPITRE III.

Des levés à la boussole.

Art. 1. De la boussole et du rapporteur. Comment on obtient et on rapporte sur le papier, à l'aide de ces instrumens, l'angle de deux plans verticaux.
Art. 2. Examen des divers cas qui peuvent se présenter dans les levés mixtes à la boussole et à la chaîne.
Art. 3. Examen des divers cas qui peuvent se présenter dans les levés purement à la boussole.

CHAPITRE IV.

Des levés à l'équerre et à la chaîne, et des levés à la chaîne seulement.

Art. 1. Examen des divers cas qui peuvent se présenter dans les levés à l'équerre et à la chaîne.
Art. 2. Solutions de divers problèmes y relatifs.
Art. 3. Examen des divers cas qui peuvent se présenter dans les levés purement à la chaîne.
Art. 4. Solutions de différens problèmes y relatifs, et théorie des transversales.

CHAPITRE V.

Du nivellement.

Art. 1. Surfaces, lignes, et points de niveau. Objet général du nivellement.

Art. 2. Des sondes des eaux stagnantes. Des sondes en mer, et de l'emploi de l'échelle des marées.

Art. 3. Description et usage des différens niveaux et clisimètres.

Art. 4. Des sondes des cours d'eau.

Art. 5. Tenue des registres de nivellement.

CHAPITRE VI.

De l'expression du relief du terrain.

Art. 1. Application du nivellement à l'expression du relief du terrain. Des cotes de niveau, des coupes et profils.

Art. 2. Des courbes ou tranches horizontales, et des lignes de plus grande pente.

Art. 3. De la perspective cavalière, et des moyens pittoresques anciennement employés.

CHAPITRE VII.

Préceptes sur l'art du dessin topographique.

Art. 1. Expression des objets répandus sur le terrain, par la forme du trait de leurs projections.

Art. 2. Du trait et de l'expression des rochers.

Art. 3. Expression des diverses espèces de cultures, par les couleurs et par les teintes conventionnelles.

Art. 4. Caractères adoptés pour les écritures des cartes, et comment on dispose ces écritures.

Art. 5. Procédés employés pour copier ou réduire les cartes. Du pantographe et du prosopographe.

CHAPITRE VIII.

Des levés à vue.

Art. 1. Généralités sur les levés à vue.

Art. 2. Détails sur les procédés à employer, dans les levés à

vue, pour suppléer aux instrumens en usage dans les levés réguliers.

CHAPITRE IX.

Des cartes ou reconnaissances militaires.

Art. 1. Généralités sur les levés et sur les cartes militaires.

Art. 2. Du choix des détails à exprimer sur une carte militaire.

Art. 3. Du choix et du classement des renseignemens à recueillir, pour la rédaction du mémoire à l'appui d'une carte militaire.

CHAPITRE X.

Usages particuliers des levés topographiques.

Art. 1. Usage des levés topographiques pour construire les plans-reliefs d'un terrain quelconque.

Art. 2. Usage des levés topographiques pour construire des vues perspectives du terrain figuré.

Art. 3. Usage des levés topographiques pour rapporter sur le terrain le tracé des projets dessinés sur sa carte.

SECONDE PARTIE.

CHAPITRE PREMIER.

Du canevas trigonométrique des grandes cartes topographiques.

Art. 1. Nécessité d'un canevas trigonométrique pour le levé des grandes cartes topographiques, afin de maintenir dans toute leur étendue un même degré d'exactitude, et de pouvoir les diviser en feuilles séparées.

Art. 2. Choix des emplacemens pour les bases et les sommets des triangles d'un réseau trigonométrique. De la forme et de la disposition les plus convenables de ces triangles.

Art. 3. Comment on rapporte les sommets des triangles d'un réseau trigonométrique à deux axes rectangulaires, à une méridienne et à sa perpendiculaire, par exemple, ce qui donne l'orientation du réseau.

CHAPITRE II.

Des observations trigonométriques.

Art. 1. Règles destinées au mesurage des bases des réseaux trigonométriques, tenue du registre d'un tel mesurage.

Art. 2. Du cercle répétiteur, son usage pour mesurer l'angle embrassé par deux directions quelconques, ainsi que les distances zénitales. Du cercle de réflexion et du sextant graphique.

Art. 3. Corrections à faire éprouver aux angles mesurés, pour les ramener à l'horizon et à l'axe du signal : et aux distances zénithales pour les rapporter au faîte du signal.

Art. 4. Tenue des registres destinés à l'inscription des angles observés, et des calculs des corrections à leur faire éprouver.

Art. 5. Tenue des registres des calculs provisoire et définitif des longueurs des côtés des triangles d'un réseau, et des calculs des distances des sommets de ces triangles à deux axes rectangulaires choisis dans l'horizon.

CHAPITRE III.

Problèmes particuliers.

Art. 1. Comment on peut déterminer les coordonnées d'un point du terrain, d'où on aperçoit trois autres points connus. Tenue des registres des calculs relatifs à ce problème.

Art. 2. Application de ce problème à la recherche, sur le terrain, d'un point à déterminer de manière à ce qu'il soit voisin d'un point assigné sur une feuille de la carte.

Art. 3. Recherche des coordonnées des positions des sommets des triangles d'un réseau, relativement au cadre de la feuille qui doit les contenir. Tenue des registre des calculs à exécuter.

Art. 4. Recherche des cotes de niveau des sommets des triangles du réseau. Tenue des registres des calculs y relatifs.

CHAPITRE IV.

Introduction à la géodésie.

Art. 1. Trigonométrie sphérique.

Art. 2. Des séries circulaires.

Art. 3. Résolution des triangles par les séries.

CHAPITRE V.

Canevas géodésique des cartes chorographiques et géographiques.

Art. 1. Généralités sur les cartes chorographiques et géographiques; moyen général d'en concevoir la construction, et de leur canevas géodésique.

Art. 2. Théorème de Legendre, et son application au calcul des longueurs des côtés des triangles sphéroïdiques terrestres composant un réseau géodésique.

Art. 3. Emploi des observations, des corrections et des calculs relatifs à la détermination du canevas trigonométrique des grandes cartes topographiques, pour la formation du canevas géodésique des cartes chorographiques et géographiques.

CHAPITRE VI.

Détermination géographique des sommets des triangles d'un réseau géodésique.

Art. 1. Faire voir que la détermination géographique des sommets des triangles d'un réseau géodésique, repose sur la connaissance de la longitude et de la latitude de l'un de ces sommets, et sur la connaissance de la distance zénithale de l'un des côtés du triangle, aboutissant à ce sommet.

Art. 2. Détermination des longitudes et latitudes de tous les sommets des triangles d'un réseau géodésique. Tenue des registres des calculs y relatifs.

Art. 3. Application à la carte du dépôt de la guerre, dont on donnera la théorie.

Art. 4. Détermination des distances de tous les sommets des triangles d'un réseau géodésique, à une méridienne et à une perpendiculaire choisies. Tenue des registres, des calculs y relatifs.

Art. 5. Application à la carte de Cassini, dont on donnera la théorie.

Art. 6. Comment on obtient les azimuths de tous les côtés des

triangles d'un réseau géodésique. Tenue des registres des calculs y relatifs.

CHAPITRE VII.

Problèmes géodésiques divers.

Art. 1. Du nivellement géodésique.

Art. 2. Du nivellement barométrique.

Art. 3. Usage des réseaux géodésiques, pour obtenir la distance itinéraire de deux points de la terre, très-éloignés l'un de l'autre.

Art. 4. Application de la géodésie à la recherche de la vraie forme du sphéroïde terrestre.

Google

COURS COMPLET

DE

TOPOGRAPHIE ET DE GÉODÉSIE.

TRAITÉ

DES LEVÉS A LA BOUSSOLE ET DES LEVÉS AU GONIOMÈTRE.

CHAPITRE PREMIER.

DE LA GONIOGRAPHIE.

Ier. §. *Par un point donné sur une droite, en conduire une autre qui fasse avec elle un angle égal à celui compris par deux lignes tracées sur le papier.*

Art. I. *Emploi de la corde de l'angle donné.*

1. LES *goniomètres* ordinaires, ainsi que la *boussole*, fournissant en *grades* ou centièmes du quart de cercle la valeur des angles observés, il convient, avant d'expliquer l'usage de ces instrumens dans les levés topographiques, de faire voir comment la valeur numérique d'un angle étant don-

née, on peut tracer sur le papier deux droites qui le comprennent. Pour ne rien omettre de ce qui intéresse à ce sujet, nous parlerons en outre, et tout d'abord, du cas où l'angle est donné graphiquement sur le papier.

2. Nous désignerons sous le nom de *goniographie* l'ensemble des divers moyens de résoudre les utiles problèmes que nous venons d'énoncer d'une manière générale.

3. On propose de conduire par le point *A* de la droite *AB*, *fig.* 1, une autre ligne *AC* faisant avec elle un angle *BAC* égal à l'angle *bac* donné sur le papier.

On sait que, pour résoudre ce problème, on porte sur les deux côtés de l'angle donné, de *a* en *c* et en *b*, une même longueur de droite quelconque, avec laquelle on décrit ensuite, du point *A* comme centre, un arc de cercle *BC* d'une grandeur suffisante; après quoi on prend, avec le compas, la distance des points *b*, *c*, qui peut être considérée comme la corde de l'angle donné; et du point *B* pour centre, on décrit avec cette distance un nouvel arc de cercle *CD* qui coupe l'arc *BC* déjà tracé, en un point *C*, où doit passer la ligne *AC* cherchée.

4. Cette construction fait voir que la ligne *AC* sera d'autant mieux arrêtée sur le papier, que les points *c*, *A*, seront plus éloignés l'un de l'autre, et que l'intersection *C*, des arcs de cercle *BC*, *CD*, sera plus distincte. La première condition aura lieu en prenant le rayon arbitraire, choisi d'abord, le plus grand possible; la seconde exige que l'angle sous lequel se coupent les arcs *BC*, *CD*, angle qui est le

même que celui de leurs tangentes au point C, et est par suite égal à l'angle BCA, compris entre les rayons passant au point d'intersection des arcs mentionnés, ne soit pas moindre que $\frac{1}{3}100$ grades.

Si donc on remarque qu'en nommant $æ$ l'angle donné, le triangle ABC fournit $æ = 200^g - 2\,BCA$, on verra de suite que la construction précédente peut être employée avantageusement lorsque l'angle $æ$ donné n'est pas plus grand que $\frac{400}{3}$ grades.

5. Si l'angle donné dépassait cette limite, il faudrait, pour se servir des cordes avec avantage, construire son supplément à 200 grades.

Art. II. *Emploi de la tangente ou de la cotangente de l'angle donné.*

6. Au lieu de la corde de l'angle donné *bac*, *fig.* 2, on peut employer sa tangente. Supposons en effet que, par le point *b* connu sur le côté *ab*, on lui conduise une perpendiculaire *bc* jusqu'à la rencontre de l'autre côté de l'angle. Il est clair que, si on relève la longueur de la ligne *ab* pour la transporter de *A* en *B*, sur la ligne donnée *AB*, et si on prend *BC* perpendiculaire à *AB* et égal à *bc*, les triangles *ABC*, *abc*, seront égaux par construction; donc la ligne *AC* formera avec *AB* un angle *CAB* égal à l'angle donné *cab*, ce qu'il fallait obtenir.

7. Cette construction, qui n'exige, comme la précédente, que l'emploi de la règle et du compas, pourra être employée tant que l'angle *acb*, sous lequel se coupent le côté *ac* de l'angle donné, et la

perpendiculaire *bc* à l'autre côté, ne sera pas moindre que $\frac{1}{3}$100 grades. Cela aura évidemment lieu, si l'angle donné n'est pas plus grand que $\frac{2}{3}$100 grades.

8. Quand l'angle donné sera compris entre $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{3}$ de 100 grades, il faudra, pour opérer comme on vient de le dire, construire son complément à 100 grades, en employant sa cotangente. On construira enfin le supplément de l'angle donné, au moyen de sa tangente, si cet angle, moindre que 2 droits, est plus grand que $\frac{4}{3}$ de 100 grades.

Art. III. *Emploi de la sécante ou de la cosécante de l'angle donné, et encore de son cosinus ou de son sinus.*

9. On peut aussi faire usage de la sécante pour résoudre le problème dont nous nous occupons. En effet, la construction étant commencée comme dans l'article précédent, relevons la longueur *ac*, *fig.* 3, pour décrire du point *A*, comme centre, un arc de cercle *CD*, qui coupera la perpendiculaire *BC* à *AB*, en un certain point *C*, tel que les triangles *ABC*, *abc*, seront encore égaux par construction; de sorte que la droite *AC* sera évidemment la ligne cherchée.

10. L'emploi de la sécante de l'angle donné veut donc, comme celui de sa tangente, que cet angle soit au-dessous de $\frac{2}{3}$100 grades, pour que l'intersection des lignes *ac*, *bc*, soit distincte. Mais ici nous trouverons une condition de plus, car il faut en outre que l'angle sous lequel l'arc de cercle *CD* coupe la droite *BC* ne soit pas plus petit que $\frac{1}{3}$100 grades; et comme cet angle est égal à *CAB* ou

cab, on voit encore que l'angle donné ne doit pas être moindre que $\frac{1}{3}$100 grades.

11. Les limites obtenues montrent qu'il est indifférent d'employer la sécante de l'angle donné, ou celle de son complément, laquelle est sa cosécante.

12. L'usage que nous venons de faire de la sécante et de la cosécante de l'angle donné, explique celui du cosinus et du sinus de cet angle; car nous pouvons considérer la ligne *ab* comme le cosinus de l'angle *cab* pour un rayon égal à *ac;* et dans cette hypothèse, la construction à faire sur la ligne *AB* est absolument la même que précédemment.

13. Aussi l'angle donné doit être compris entre les limites $\frac{1}{3}$100 grades et $\frac{2}{3}$100 grades; de sorte qu'il est indifférent d'employer le cosinus du complément de l'angle, c'est-à-dire, son sinus.

IIe. §. *La valeur numérique de l'amplitude d'un angle étant donnée, tracer cet angle sur le papier.*

Art. I. *Emploi de la bisection successive des angles.*

14. On peut employer les partages successifs d'un arc de cercle en deux portions égales, pour obtenir graphiquement, et avec un degré d'exactitude voulu, un angle d'une amplitude donnée; de sorte que la règle et le compas suffisent alors pour résoudre ce problème. Tout le monde sait comment, avec ces instrumens, on arrive, sur une circonférence de cercle tracée, aux arcs égaux à un mul-

tiple, soit de 100 grades, soit de $\frac{1}{2}$ de 100 grades sous-tendu par le rayon ; on aura donc,

Pour	L'angle droit étant l'unité.	L'angle sous-tendu pour le rayon étant l'unité.
1	100,gr.	66,gr. 6666'' 666
$\frac{1}{2}$	50,	33, 3333 333
$\frac{1}{4}$	25,	16, 6666 666
$\frac{1}{8}$	12, 5	8, 3333 333
$\frac{1}{16}$	6, 25	4, 1666 666
$\frac{1}{32}$	3, 125	2, 0833 333
$\frac{1}{64}$	1, 5625''	1, 0416 666
$\frac{1}{128}$	0, 7812 5	0, 5208 333
$\frac{1}{256}$	0, 3906 25	0, 2604 166
$\frac{1}{512}$	0, 1953 125	0, 1302 083
$\frac{1}{1024}$	0, 0976 5625	0, 0651 041

Ainsi de suite.

15. Cela posé, proposons-nous de conduire par le point *a*, *fig.* 4, de la droite *ab*, une ligne *ac* faisant avec elle et à moins de 10′ d'erreur, par exemple, un angle de 73 grades 53′. Du point *a*, comme centre et avec une ouverture de compas arbitraire, décrivons d'abord un arc *bed* égal à un angle droit, et remarquons ensuite que, d'après le tableau précédent, l'angle proposé contient :

$\frac{1}{2}$ de l'angle droit, ou	50,gr.	
$\frac{1}{8}$	12,	50′
$\frac{1}{16}$	6,	25′
$\frac{1}{32}$	3,	12′50″
$\frac{1}{64}$	1,	56′25″
Plus, un petit angle de	0,	09′25″
Total.	73,gr.	53′00″

Si donc on ajoute à la suite les unes des autres, autour du point *a* et à partir de la droite *ab*, les fractions de l'angle droit dont nous venons de faire la somme, on aura évidemment résolu le problème proposé, puisque l'angle ainsi obtenu ne différera que de 9′ 25″ en moins, de l'angle donné.

Partant, divisons l'angle droit *dab* en deux portions égales par la droite *ae*, aboutissant au point *e*′, intersection de deux arcs de cercle de même rayon, ayant leurs centres respectifs aux extrémités *b*, *d*, de l'arc de cercle *bed*. L'angle *eab* sera ainsi $\frac{1}{2}$. Pour obtenir l'angle égal à $\frac{1}{8}$, on divisera d'abord en deux parties égales celui *dae* égal à $\frac{1}{2}$, de sorte que *eak* vaudra $\frac{1}{4}$; on trouvera de même la moitié *eag* de ce dernier angle, laquelle vaudra $\frac{1}{8}$. Pour avoir la portion de l'angle donné égale à $\frac{1}{16}$, on divisera en deux parties égales le $\frac{1}{8}$ trouvé, *gak*, adjacent à l'angle $bag = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$; de sorte que si *ah* est la ligne de division, l'angle *bah* vaudra $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$. En continuant de la même manière, on parviendra à un angle *bac*, mesuré par un arc composé des portions $be + eg + gh + hi + ic$, égales respectivement à $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$ et $\frac{1}{64}$ du quart de la circonférence : donc l'angle trouvé *bac* ne différera que de 0,0925″ de l'angle donné par son amplitude numérique.

16. On opérerait d'une manière analogue, si l'angle sous-tendu par le rayon était choisi pour unité.

Art. II. *Usage des tables des lignes trigonométriques naturelles.*

17. On ne peut attribuer l'étonnant oubli des

tables des lignes trigonométriques naturelles, qu'à l'abandon du dessin géométrique dans la solution de beaucoup de problèmes que l'admirable calcul par logarithmes sert généralement à résoudre avec plus d'exactitude. Cependant, si l'on considère que les instrumens employés pour obtenir les données d'observation, base de la plupart de ces calculs, n'ont pu être divisés que mécaniquement, on ne saurait, sans être en contradiction avec soi-même, prohiber l'usage de la règle et du compas, lorsque ces instrumens peuvent soutenir la concurrence du calcul, ainsi que nous aurons occasion d'en montrer des exemples par la suite.

Les personnes qui s'occupent habituellement de dessin géométrique, feront bien de se procurer les petites tables d'Ulacq, imprimées à Amsterdam en 1665, donnant pour chaque minute de degré du quart de cercle les longueurs des lignes trigonométriques naturelles, ainsi que leurs logarithmes. Les grandes tables de Briggs, publiées sous le nom de *Trigonometria britannica*, par Gellibrand, à Gouda, en 1633, sont plus précieuses encore; car donnant les longueurs des lignes trigonométriques naturelles, ainsi que leurs logarithmes pour chaque centième de degré du quart de cercle, elles fournissent ces mêmes quantités pour chaque dixième de grade.

18. Et comme il est très-facile de passer d'un nombre quelconque de grades, au nombre de degrés et fractions décimales de degré correspondant; puisqu'il suffit de retrancher du nombre de grades donnés son propre dixième; on pourra, dans tous les cas, se servir des tables de Briggs, pour trou-

ver avec promptitude les longueurs des lignes trigonométriques d'un angle quelconque donné en grades.

19. Cela étant, il sera facile de résoudre le problème dont nous nous occupons, puisqu'il suffira de prendre sur une échelle de parties égales les longueurs du rayon des lignes trigonométriques, et de celle de ces lignes dont on voudra faire usage, et d'opérer ensuite comme il a été expliqué aux articles II et III du Ier §. On se trouvera en effet alors dans un des cas qu'on y a prévus.

Art. III. *Usage de la table des cordes.*

20. Comme les tables de lignes trigonométriques naturelles ne donnent pas explicitement la corde d'un arc quelconque, nous avons déduit de celles de Briggs la table suivante, fournissant les cordes des angles pour chaque dixième de grade. On sait que, corde $a = 2$ sinus $(\frac{1}{2} a)$; ainsi les tables de Briggs contenant les sinus de 10′ en 10′ du grade, offrent par cela même les demi-cordes de 20′ en 20′. Nous avons donc doublé les valeurs de ces sinus; et quant aux cordes des angles qui valent un nombre impair de $\frac{1}{10}$ du grade, ces mêmes tables nous les ont fournies par la somme des deux sinus occupant la place moyenne entre ceux dont il vient d'être question. En agissant ainsi, nous nous sommes débarrassés des calculs longs et pénibles que les calculateurs modernes de tables de cordes ont dû faire, en supposant qu'ils n'aient pas profité comme nous d'un travail imprimé depuis deux siècles.

Table des Cordes de 10' en 10' de grade, depuis 0s, jusqu'à 135s., pour un rayon égal à 10000.

	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	70'	80'	90'
0s.		16	31	47	63	79	94	110	126	141
1	157	173	189	204	220	236	251	267	283	298
2	314	330	346	361	377	393	408	424	440	456
3	471	487	503	518	534	550	565	581	597	613
4	628	644	660	675	691	707	722	738	754	770
5	785	801	817	832	848	864	879	895	911	927
6	942	958	974	989	1005	1021	1036	1052	1068	1083
7	1099	1115	1130	1146	1162	1177	1193	1209	1224	1240
8	1256	1272	1287	1303	1319	1334	1350	1366	1381	1397
9	1413	1428	1444	1460	1475	1491	1507	1522	1538	1554
10	1569	1585	1601	1616	1632	1648	1663	1679	1694	1710
11	1726	1741	1757	1773	1788	1804	1820	1835	1851	1866
12	1882	1898	1913	1929	1945	1960	1976	1992	2007	2023
13	2039	2054	2070	2085	2101	2117	2132	2148	2164	2179
14	2195	2210	2226	2242	2257	2273	2288	2304	2320	2335
15	2351	2366	2382	2398	2413	2429	2444	2460	2475	2491
16	2507	2522	2538	2553	2569	2585	2600	2613	2631	2647
17	2662	2678	2694	2709	2725	2740	2756	2771	2787	2802
18	2818	2834	2849	2865	2880	2896	2911	2927	2942	2958
19	2973	2989	3005	3020	3036	3051	3067	3082	3098	3113
20	3129	3144	3160	3175	3191	3206	3222	3237	3253	3268
21	3284	3299	3315	3330	3346	3361	3377	3392	3408	3423
22	3439	3454	3470	3485	3500	3516	3531	3547	3562	3578
23	3593	3609	3624	3640	3655	3670	3686	3701	3717	3732
24	3748	3763	3778	3794	3809	3825	3840	3856	3871	3886
25	3902	3917	3933	3948	3963	3979	3994	4010	4025	4040
26	4056	4071	4086	4102	4117	4133	4148	4163	4179	4194
27	4209	4225	4240	4256	4271	4286	4302	4317	4332	4348
28	4363	4378	4394	4409	4424	4440	4455	4470	4485	4501
29	4516	4531	4547	4562	4577	4593	4608	4623	4638	4654
30	4669	4684	4699	4715	4730	4745	4760	4776	4791	4806
31	4821	4837	4852	4867	4882	4898	4913	4928	4943	4959
32	4974	4989	5004	5019	5035	5050	5065	5080	5095	5111
33	5126	5141	5156	5171	5186	5202	5217	5232	5247	5262
34	5277	5293	5308	5323	5338	5353	5368	5383	5399	5414
35	5429	5444	5459	5474	5489	5504	5519	5535	5550	5565
36	5580	5595	5610	5625	5640	5655	5670	5685	5700	5715
37	5730	5746	5761	5776	5791	5806	5821	5836	5851	5866
38	5881	5896	5911	5926	5941	5956	5971	5986	6001	6016
39	6031	6046	6061	6076	6091	6106	6121	6136	6151	6165
40	6180	6195	6210	6225	6240	6255	6270	6285	6300	6315
41	6330	6344	6359	6374	6389	6404	6419	6434	6449	6464
42	6478	6493	6508	6523	6538	6553	6567	6582	6597	6612
43	6627	6642	6656	6671	6686	6701	6716	6730	6745	6760
44	6775	6790	6804	6819	6834	6849	6863	6878	6893	6908

Table des Cordes de 10' en 10' de grade, depuis 0g. jusqu'à 135g., pour un rayon égal a 10000.

	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	70'	80'	90'
45g.	6922	6937	6952	6966	6981	6996	7011	7025	7040	7055
46	7069	7084	7099	7114	7128	7143	7158	7172	7187	7202
47	7216	7231	7245	7260	7275	7289	7304	7319	7333	7348
48	7362	7377	7392	7406	7421	7435	7450	7465	7479	7494
49	7508	7523	7537	7552	7566	7581	7596	7610	7625	7639
50	7654	7668	7683	7697	7712	7726	7741	7755	7769	7784
51	7799	7813	7827	7842	7856	7871	7885	7900	7914	7929
52	7943	7957	7972	7986	8001	8015	8029	8044	8058	8072
53	8087	8101	8116	8130	8144	8159	8173	8187	8202	8216
54	8230	8245	8259	8273	8288	8302	8316	8330	8345	8359
55	8373	8387	8402	8416	8430	8444	8459	8473	8487	8501
56	8516	8530	8544	8558	8572	8587	8601	8615	8629	8643
57	8657	8672	8686	8700	8714	8728	8742	8757	8771	8785
58	8799	8813	8827	8841	8855	8869	8883	8897	8811	8926
59	8940	8954	8968	8982	8996	9010	9024	9038	9052	9066
60	9080	9094	9108	9122	9136	9150	9164	9178	9192	9205
61	9219	9233	9247	9261	9275	9289	9303	9317	9331	9345
62	9359	9373	9386	9400	9414	9428	9442	9456	9469	9483
63	9497	9511	9525	9539	9552	9566	9580	9594	9608	9621
64	9635	9649	9663	9676	9690	9704	9718	9731	9745	9759
65	9772	9786	9800	9814	9827	9841	9855	9868	9882	9896
66	9909	9923	9936	9950	9964	9977	9991	10005	10018	10032
67	10045	10059	10072	10086	10100	10113	10127	10140	10154	10167
68	10181	10194	10208	10221	10235	10248	10262	10275	10289	10302
69	10316	10329	10343	10356	10369	10383	10396	10410	10423	10437
70	10450	10463	10477	10490	10503	10517	10530	10544	10557	10570
71	10584	10597	10610	10624	10637	10650	10663	10677	10690	10703
72	10717	10730	10743	10756	10770	10783	10796	10809	10822	10836
73	10849	10862	10875	10888	10902	10915	10928	10941	10954	10967
74	10980	10994	11007	11020	11033	11046	11059	11072	11085	11098
75	11111	11124	11138	11151	11164	11177	11190	11203	11216	11229
76	11242	11255	11268	11281	11294	11307	11319	11332	11345	11358
77	11371	11384	11397	11410	11423	11436	11449	11462	11474	11487
78	11500	11513	11526	11539	11551	11564	11577	11590	11603	11615
79	11628	11641	11654	11667	11679	11692	11705	11718	11730	11743
80	11756	11768	11781	11794	11806	11819	11832	11844	11857	11870
81	11882	11896	11908	11920	11933	11946	11958	11971	11983	11996
82	12008	12021	12034	12046	12059	12071	12084	12096	12109	12121
83	12134	12146	12159	12171	12184	12196	12208	12221	12233	12246
84	12258	12271	12283	12295	12308	12320	12332	12345	12357	12370
85	12382	12394	12407	12419	12431	12443	12456	12468	12480	12493
86	12505	12517	12529	12542	12554	12566	12578	12590	12603	12615
87	12627	12639	12651	12664	12676	12688	12700	12712	12724	12736
88	12748	12761	12773	12785	12797	12809	12821	12833	12845	12857
89	12869	12881	12893	12905	12917	12929	12941	12953	12965	12977

Table des Cordes de 10' en 10' de grade, depuis 0s. jusqu'à 135s., pour un rayon égal à 10000.

	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	70'	80'	90'
90s.	12989	13001	13013	13025	13037	13049	13060	13072	13084	13096
91	13108	13120	13132	13144	13156	13167	13179	13191	13203	13214
92	13226	13238	13250	13262	13273	13285	13297	13309	13320	13332
93	13344	13355	13367	13379	13390	13402	13414	13425	13437	13449
94	13460	23472	13483	13495	13507	13518	13530	13541	13553	13564
95	13576	13588	13599	13611	13622	13634	13645	13657	13668	13680
96	13691	13702	13714	13725	13737	13748	13760	13771	13782	13794
97	13805	13816	13828	13839	13850	13862	13873	13884	13896	13907
98	13918	13930	13941	13952	13963	13975	13986	13997	14008	14019
99	14031	14042	14053	14064	14075	14086	14098	14109	14120	14131
100	14142	14153	14164	14175	14186	14198	14209	14220	14231	14242
101	14253	14264	14275	14286	14297	14308	14319	14330	14341	14352
102	14363	14373	14384	14395	14406	14417	14428	14439	14450	14461
103	14471	14482	14493	14504	14515	14527	14536	14547	14558	14569
104	14579	14590	14601	14612	14622	14633	14644	14654	14665	14676
105	14686	14697	14708	14718	14729	14740	14750	14761	14771	14782
106	14793	14803	14814	14824	14835	14845	14856	14866	14877	14887
107	14898	14908	14919	14929	14940	14950	14961	14971	14981	14992
108	15002	15013	15023	15033	15044	15054	15064	15075	15085	15095
109	15106	15116	15126	15136	15147	15157	15167	15177	15188	15198
110	15208	15218	15229	15239	15249	15259	15269	15279	15289	15300
111	15310	15320	15330	15340	15350	15360	15370	15380	15390	15400
112	15410	15420	15430	15440	15450	15460	15470	15480	15490	15500
113	15510	15520	15530	15540	15550	15560	15570	15580	15590	15600
114	15609	15618	15628	15638	15648	15658	15668	15677	15687	15697
115	15706	15716	15726	15736	15745	15755	15765	15774	15784	15793
116	15803	15813	15822	15832	15842	15851	15861	15870	15880	15889
117	15899	15908	15918	15927	15937	15946	15956	15965	15975	15984
118	15994	16003	16013	16022	16031	16041	16050	16060	16069	16078
119	16088	16097	16106	16115	16125	16134	16143	16153	16162	16171
120	16180	16190	16199	16208	16217	16226	16236	16245	16254	16263
121	16272	16281	16290	16300	16309	16318	16327	16336	16345	16354
122	16363	16372	16381	16390	16399	16408	16417	16426	16435	16444
123	16453	16462	16471	16480	16488	16497	16506	16515	16524	16533
124	16542	16550	16559	16568	16577	16586	16594	16603	16612	16621
125	16629	16638	16647	16656	16664	16673	16682	16690	16699	16708
126	16716	16725	16733	16742	16751	16759	16768	16776	16785	16793
127	16802	16810	16819	16827	16836	16844	16853	16861	16870	16878
128	16887	16895	16903	16912	16920	16928	16937	16945	16954	16962
129	16970	16979	16987	16995	17003	17012	17020	17028	17036	17045
130	17053	17061	17069	17077	17086	17094	17102	17110	17118	17126
131	17136	17144	17152	17160	17168	17176	17185	17193	17201	17209
132	17217	17225	17233	17241	17249	17256	17264	17272	17280	17288
133	17296	17304	17312	17319	17327	17335	17343	17351	17359	17366
134	17374	17382	17390	17398	17407	17414	17421	17428	17436	17443

Table des Cordes de grade en grade, depuis 135ᵍ. jusqu'à 200ᵍ., pour un rayon égal à 10000.

Grad.	Cordes.	Grad.	Cordes.	Grad.	Cordes.	Grad.	Cordes.	Grad.	Cordes.	Grad.	Cordes.	Grad.	Cordes.
135	17450	145	18163	155	18764	165	19249	175	19616	185	19861	195	19985
136	17526	146	18228	156	18818	166	19291	176	19646	186	19879	196	19990
137	17601	147	18292	157	18870	167	19332	177	19675	187	19896	197	19994
138	17675	148	18355	158	18922	168	19372	178	19702	188	19911	198	19997
139	17748	149	18417	159	18972	169	19410	179	19729	189	19925	199	19998
140	17820	150	18478	160	19021	170	19447	180	19754	190	19938	200	20000
141	17891	151	18537	161	19069	171	19483	181	19778	191	19950		
142	17961	152	18595	162	19116	172	19518	182	19800	192	19961		
143	18029	153	18653	163	19161	173	19552	183	19822	193	19970		
144	18096	154	18709	164	19206	174	19584	184	19842	194	19978		

L'étendue que nous avons donnée à cette table nous paraît suffire aux besoins ordinaires qu'on peut en avoir; car il sera toujours préférable de se servir des tangentes ou cotangentes naturelles, quand on voudra opérer avec beaucoup d'exactitude. Les longueurs des cordes y sont exprimées en dix millièmes du rayon.

21. On se servira de cette table des cordes comme de celle des lignes trigonométriques naturelles, c'est-à-dire que l'on prendra les longueurs du rayon des cordes et de celle de ces lignes relative à l'amplitude donnée, sur une échelle de parties égales, pour opérer ensuite comme il a été dit à l'article I du Iᵉʳ. §.

IIIᵉ. §. *Usage d'instrumens spéciaux pour rapporter un angle d'une amplitude numérique donnée.*

Art. I. *Règles divisées suivant les valeurs des lignes trigonométriques naturelles et des cordes.*

22. Parmi les instrumens spéciaux dont on peut se servir pour rapporter, sur le papier, les angles

dont l'amplitude est donnée, les règles en question ne doivent pas être dédaignées. On conçoit en effet que si sur la face, ou mieux sur les bords d'une règle et à partir d'un même point, on marque les longueurs d'une même ligne trigonométrique de dixième en dixième de grade, par exemple, cette règle dispensera de prendre, à chaque fois, sur une échelle de parties égales, les longueurs données par les tables. Une règle ainsi divisée sur ses bords sera une espèce de table graphique, traduction de celle écrite.

L'usage de ces règles est donc entièrement semblable à celui des tables numériques des lignes trigonométriques naturelles auxquelles elles se rapportent; nous n'ajouterons donc rien de particulier, puisque le lecteur peut trouver facilement lui-même tout ce que nous pourrions lui dire. Les figures 5, 5′ et 5″, représentent les trois faces d'une règle trigonométrique triangulaire.

Art. II. *Du rapporteur circulaire centésimal, et manière de s'en servir.*

23. Le *rapporteur circulaire centésimal*, à l'usage des topographes, est une plaque de corne mince et transparente, dont un des bords est dressé suivant une ligne droite *a′b′*, *fig.* 6, parallèle à la ligne *ab*, diamètre du demi-cercle *adb*, qui forme le reste du contour de la plaque mentionnée. Ce demi-cercle, auquel on donne ordinairement $0^m,1$ de rayon, est divisé en demi-grades, que l'on numérote de dix en dix, presque toujours de gauche à droite, le zéro étant en avant de l'observateur.

La graduation commence donc au *premier rayon*

ca du rapporteur, et s'étend depuis zéro jusqu'à 100 grades dans le *premier quart de cercle acd;* après quoi la graduation recommence et court dans le *second quart de cercle dcb* du rapporteur, depuis le rayon *cd,* perpendiculaire à *ab,* numéroté 100^g pour le premier quart et zéro pour le second, jusqu'au *dernier rayon cb,* numéroté 100^g.

On donne ordinairement $0^m,01$ de largeur à l'espèce de règle *aba'b'*.

24. Supposons que l'on doive conduire par l'*extrémité inférieure M, fig.* 7, de la droite *MN*, une autre ligne faisant avec elle un angle de 60 grades, par exemple, comptés de droite à gauche.

On appliquera le rapporteur *adb* sur la feuille de papier où est tracée la ligne *MN*, de manière que son centre *c* et la division numérotée 60 se trouvent sur la ligne mentionnée, et la règle de l'instrument vers le point *M* de cette ligne. Le bord *a'b'* de cette règle ne passera pas généralement par le point *M;* mais on pourra toujours faire glisser le rapporteur, et ramener *a'b'* au point *M*, tout en laissant le point *c* et la division 60 sur *MN*. Alors on passera le crayon le long de la règle *Ma'*, dans le sens du premier rayon du rapporteur, et il est évident que l'on tracera ainsi la ligne demandée. Car d'abord elle passera par le point *M*, et comme elle est parallèle à *ca* et que le rayon *c* 60 se confond avec *MN*, il s'ensuit qu'elle fait avec *MN* le même angle que *ca* avec le rayon *c* 60, c'est-à-dire un angle de 60 grades.

Il est évident que *tant que l'angle assigné sera plus petit que* 100 *grades, il faudra toujours chercher dans le premier quart de cercle acd* le rayon à

faire coïncider avec la ligne donnée *MN*, et tracer sur le papier la ligne *Ma'* indiquée par le *premier rayon* du rapporteur.

25. *Si l'angle assigné est plus grand que* 100 *grades et moindre que* 200, *sans s'inquiéter de la centaine de grades, il faudra chercher le rayon mentionné dans le second quart de cercle dcb*, et tracer toujours la portion de ligne *Ma'* indiquée par le *premier rayon* du rapporteur, *fig.* 8.

26. Dans le cas où l'*angle assigné sera plus grand que* 200 *grades et plus petit que* 300, *on cherchera le rayon dans le premier quart de cercle acd;* mais on tracera sur le papier la portion de ligne *Mb'* désignée par le *dernier rayon* du rapporteur, *fig.* 9.

27. Enfin, *lorsque l'angle assigné sera plus grand que* 300 *grades et plus petit que* 400, *on cherchera le rayon dans le second quart de cercle dcb*, et l'on tracera encore la portion de ligne *Mb'* indiquée par le *dernier rayon* du rapporteur, *fig.* 10.

28. On voit, par ce qui vient d'être dit, que le rapporteur aura la même position relativement à la ligne *MN*, lorsqu'il s'agira de tracer une ligne qui fasse avec elle un angle de n grades, ou de $(200+n)$ grades, et que cette position sera encore la même quand l'angle à rapporter sera égal à $(100+n)$ grades ou à $(300+n)$ grades. Cela tient évidemment à ce que les angles énoncés diffèrent de 200 grades; en sorte que la seule différence dans la *manière de procéder* gît en ce que *le demi-cercle du rapporteur tournant sa convexité vers la partie supérieure de la droite donnée, celle que l'on cherche est fournie par le premier rayon du rapporteur lorsque l'angle est moindre que* 200 *grades, et*

par le dernier lorsqu'il est plus grand que 200 grades.

29. Si l'on voulait obtenir la droite *NO*, *fig.* 11, partant de l'extrémité supérieure *N* de la droite *MN*, et faisant avec celle-ci ou plutôt avec son prolongement *NN'* un angle donné *N'NO*, la marche à suivre serait analogue à celle qui a été détaillée.

En effet, *le demi-cercle du rapporteur tournant sa convexité vers l'extrémité inférieure M de la ligne donnée MN, si l'angle assigné est compris entre* 0 *et* 100, *ou entre* 200 *et* 300 *grades, on cherche le rayon à faire coïncider avec MN dans le premier quart de cercle du rapporteur; et au contraire dans le second quart, si cet angle est compris entre* 100 *et* 200, *ou* 300 *et* 400 *grades, la droite que l'on cherche est dirigée dans le sens du dernier rayon du rapporteur lorsque l'angle donné est moindre que* 200 *grades, et dans le sens du premier rayon quand cet angle dépasse cette valeur.*

30. La manière de se servir du rapporteur, que nous venons de détailler, est générale, et s'applique également au cas où la droite à tracer, tout en faisant un angle déterminé avec la droite donnée *MN*, devra passer par un point assigné sur cette ligne ou au dehors, au lieu de partir d'une de ses extrémités; car il suffira d'opérer comme on l'a enseigné, avec cette seule différence qu'il faudra faire glisser le rapporteur le long de la ligne *MN*, jusqu'à ce que le bord de sa règle atteigne le point assigné.

Néanmoins, lorsque l'angle proposé diffère peu, soit de 0 ou 400 grades, soit de 200 grades, il ne peut être rapporté commodément, tant à cause de la largeur de la règle *aba'b'* du rapporteur,

qu'à cause du peu de longueur qu'il est possible de donner au rayon *ca*; circonstances qui font que souvent aucune position du rapporteur sur la ligne *MN*, ne peut permettre au bord *a'b'* de la règle de saisir le point assigné par où doit passer la ligne à tracer.

31. Le moyen le plus simple d'obvier à l'inconvénient que nous venons de signaler, consiste à rapporter les angles à partir d'une droite *PQ* perpendiculaire à *MN*, *fig.* 12, ce qui est d'une exécution facile. En effet, comptant toujours les angles dans le même sens que lorsqu'ils partent de la droite *MN*, on voit de suite que dans le cas où le point *Q* sera regardé comme l'extrémité supérieure de la ligne *PQ*, il suffira d'augmenter de 100 grades les valeurs numériques de ces angles, et de retrancher avant de se servir de la somme résultante, 400 grades ou une circonférence, lorsque la chose sera possible.

Si l'on veut au contraire regarder le point *P* comme extrémité supérieure de la droite *PQ*, il faudra diminuer d'un angle droit ou de 100 grades la valeur numérique de l'angle à rapporter, après l'avoir augmenté de 400 grades ou d'une circonférence, lorsque la soustraction ne pourra pas être effectuée.

Art. III. *Du rapporteur circulaire sexagésimal, et de son rapporteur complémentaire.*

32. Le rapporteur circulaire *sexagésimal*, ou divisé en *degrés* anciens, représenté par une partie de la *fig.* 13, est loin d'être d'un emploi aussi

simple que le rapporteur *centésimal* dont nous venons de nous occuper. Le nombre d'angles droits compris dans un angle donné n'étant pas en effet, dans l'ancienne division, indiqué par celui des unités du chiffre des centaines de son amplitude numérique, il n'est plus possible de déterminer la direction d'une droite relativement à une autre, qu'ensuite d'une soustraction à effectuer, soustraction qui influe sur tous les chiffres, excepté celui des unités.

33. C'est pour obvier à cet inconvénient qu'on a imaginé de graduer depuis zéro jusqu'à 180° la demi-circonférence du rapporteur sexagésimal, et de faire rebrousser la graduation jusqu'à 360°, de manière que chaque division du demi-cercle extérieur porte deux nombres différant de 180°. Cela étant, *pour rapporter un angle moindre que* 180°, *on tourne la convexité du demi-cercle du rapporteur vers l'extrémité supérieure de la ligne donnée, et la première partie de la règle de l'instrument fournit la droite cherchée.* Voyez la *fig.* 14.

34. *Lorsque l'angle est compris entre* 180 *et* 360°, *il faut tourner* au contraire *la convexité du demi-cercle vers l'extrémité inférieure de la ligne donnée*, où s'effectue alors la lecture, *et la droite cherchée est* encore *fournie par le même côté de la règle du rapporteur.* Voyez *fig.* 15.

35. Dans cet état de perfectionnement, le rapporteur sexagésimal n'est point propre à rapporter, sans soustraction préalable, les angles différant peu de zéro ou 360 degrés, et de 180 degrés, en se servant même d'une perpendiculaire à la droite, à partir de laquelle les angles doivent être

comptés, ainsi que nous avons vu n°. 31, qu'il est très-commode de le faire alors. C'est pour obvier à ce grave inconvénient que feu M. Maissiat avait imaginé le *rapporteur complémentaire*, tracé dans l'intérieur de celui que nous avons décrit, comme la *fig.* 13 le représente. Le rapporteur complémentaire est ainsi nommé parce que les deux nombres que portent chacune de ses divisions, tout en différant entre eux de 180 degrés, diffèrent de 90 degrés en plus, des amplitudes marquées sur les divisions correspondantes du rapporteur sexagésimal ordinaire, tant que ces amplitudes sont moindres que 270 degrés, et de 90 degrés en moins pour les amplitudes comprises entre 270 et 360 degrés, comme on sent bien que cela doit être, puisque l'origine des angles a été reculée d'un angle droit.

36. Cela posé, *s'il s'agit de rapporter des angles compris entre* 0 *et* 90 *degrés, et entre* 90 *et* 180 *degrés, on tourne la convexité du demi-cercle du rapporteur vers l'extrémité droite de la perpendiculaire* à la ligne à partir de laquelle on devait primitivement compter les angles, pour y effectuer la lecture. *Le premier côté de la règle du rapporteur, dans le premier cas, et le dernier côté dans le deuxième, fournit la droite cherchée.* Voyez *fig.* 16.

37. Au contraire, *pour rapporter un angle compris entre* 180 *et* 270 *degrés, et entre* 270 *et* 360 *degrés, on tourne la convexité du demi-cercle vers la gauche de la perpendiculaire* mentionnée, et *la ligne cherchée est fournie par le second côté de la règle du rapporteur dans le premier cas, et par le dernier côté dans le deuxième.* Voyez *fig.* 17.

Quoique le rapporteur complémentaire devienne

inutile avec des instrumens divisés en grades, il est, comme on voit, très-précieux quand on se sert d'instrumens divisés suivant l'ancienne division du quart de cercle. On fera donc bien de s'en munir dans cette hypothèse.

Art. IV. *Des rapporteurs rectangulaires.*

38. Au lieu de tracer les rapporteurs sur des plaques de corne taillées en demi-cercle, on en construit aussi quelquefois de forme rectangulaire, *fig.* 18. Les petits côtés *ae*, *bf*, de l'instrument, étant divisés par des lignes émanant du point *c*, milieu de *ab*, et embrassant entre elles des angles égaux à un grade, par exemple, il est visible que la division de ces côtés est opérée suivant les valeurs des tangentes pour le rayon $ca = cb = \frac{1}{2} ab$. Par la même raison, les côtés *de*, *df*, sont également divisés suivant les valeurs des tangentes relatives au rayon $cd = ae = bf$.

Il résulte de ce que nous venons de dire, que le rapporteur rectangulaire jouit de toutes les propriétés des rapporteurs décrits dans les deux articles précédens, ainsi que de celles des règles dont nous avons parlé n°. 22. Il pourra donc servir aux mêmes usages.

39. Lorsque cet instrument est tracé sur une plaque d'ivoire, il est nécessaire de supprimer la règle, et on a coutume de graver une échelle au $\frac{1}{10000}^{me}$ sur la portion de surface que les divisions n'occupent pas. On trace encore sur le revers du rapporteur des lignes diversement divisées, suivant le besoin que l'on peut en avoir.

CHAPITRE II.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES SUR LES LEVÉS AU GONIOMÈTRE.

§ Ier. *Du graphomètre employé dans les levés topographiques.*

Art. I. *Description du* graphomètre *à pinnules et à lunette.*

40. Sous le nom générique de *goniomètre*, nous entendons embrasser tous les instrumens destinés à fournir l'amplitude numérique des angles, et particulièrement ceux employés dans la topographie : tels sont le petit *cercle répétiteur* de Borda, de 10 à 15 centimètres de diamètre; l'instrument imaginé par M. Fauquier, ancien élève de l'école polytechnique, et que nous avons perfectionné et rendu propre, sous le nom de *pantomètre d'arpenteur*, à tous les besoins de la topographie; le *graphomètre* encore en usage, mais bien moins qu'anciennement; le *compas de proportion*, trop négligé dans ces derniers temps, et auquel nous tâcherons de rendre sa destination primitive (1), etc.

Nous ne parlerons pas ici du *petit* cercle répétiteur, parce qu'alors sa manœuvre diffère peu de celle du graphomètre; et parce que la description et le maniement de l'instrument de Borda, considéré dans ses divers degrés de perfection, seront en leur véritable lieu développés avec détail.

41. Le *graphomètre*, dont le nom eût pu être

(1) Voyez le *Traité des levés militaires*.

mieux trouvé, a long-temps été employé exclusivement pour arriver tant au canevas trigonométrique qu'au levé du détail des cartes topographiques. Cet instrument est encore assez répandu pour que nous devions en donner la description, tout en conseillant avec force de le remplacer par un *petit* cercle de Borda, ou mieux encore par un pantomètre d'arpenteur, lorsqu'il s'agira seulement d'un levé de détail. Il se compose ordinairement d'un *limbe* ou plaque demi-circulaire en cuivre *ACB*, *fig.* 19, divisée, sur sa face supérieure, en degrés ou en grades et fractions dépendant de la grandeur du diamètre *ab*, du demi-cercle *acb*, divisé. Un peu au delà des deux extrémités *a*, *b*, du diamètre, servant de limite à ce demi-cercle, sont adaptés fixement sur le limbe, et à équerre, deux *crins* tendus à l'aide de petits châssis formant *pinnules* *p*, *p*, au travers desquelles on peut regarder les objets.

Une règle *LL*, plus courte que la distance de ces pinnules, et en portant de pareilles *p'*, *p'*, à ses extrémités, est assujettie contre le limbe de manière à pouvoir néanmoins tourner autour du centre *O* de la circonférence de cercle divisée, et à ce que les crins des pinnules de cette *alidade* puissent être emmenés dans le plan de collimation des pinnules fixées au limbe. Comme l'alidade employée avec la planchette, celle dont nous parlons est tellement construite, dans les anciens instrumens, qu'un des bords de sa règle est situé dans le plan de collimation que ses crins déterminent. Ce bord, ou *ligne de foi*, dans toutes les positions de l'alidade, s'appliquera donc toujours

sur un des rayons du limbe, et rencontrera sa circonférence précisément à l'extrémité de ce rayon. Si ce point de rencontre n'est pas un de ceux de division du limbe, on détermine sa position à l'aide de transversales circulaires, comme il est expliqué à l'article suivant.

42. Dans ces derniers temps, on a donné aux graphomètres beaucoup plus d'exactitude et de commodité, en remplaçant les pinnules du limbe et de l'alidade par des lunettes; de sorte que, pour rendre possible cette amélioration, il est devenu nécessaire de placer au-dessous du limbe la lunette fixe tenant lieu des pinnules du demi-cercle. La lunette formant alidade peut alors être attachée sur la règle mobile, que l'on munit quelquefois d'une *pince* et d'une *vis de rappel*, afin de pouvoir lui communiquer un mouvement lent, autour du centre du limbe. Les deux extrémités de cette règle sont terminées par des portions de circonférence de même rayon que celle du limbe, ayant même centre, et divisées en plus petites parties formant *vernier*, ingénieuse invention due à Pierre Vernier, châtelain de Dornans, à l'aide de laquelle on estime les plus petites fractions des divisions en parties égales, tant des lignes droites que des lignes circulaires (1).

Les graphomètres les plus commodes sont ceux dans lesquels les deux lunettes ont, en outre, la faculté de se mouvoir dans un plan perpendiculaire

(1) Nous donnerons tout ce qui regarde la formation et l'interprétation des verniers, dans le *Traité des opérations trigonométriques*.

au limbe; ce qui donne au champ de ces lunettes l'avantage de pouvoir embrasser des objets qui ne se trouvent pas dans le plan de l'instrument.

43. Le système du limbe et des pinnules, ou des lunettes, se place sur le *trépied topographique*, auquel il est momentanément rattaché par un *genou*, mécanisme particulier propre à ramener le plan du limbe dans une situation horizontale, et à lui permettre de pirouetter ensuite autour de son centre sans perdre l'horizontalité. Le plus souvent ce genou est celui à coquilles dont nous avons parlé (N°. I. 131), représenté assez en détail par la figure. Néanmoins, lorsqu'on sera dans l'obligation de se servir d'instrumens parfaits, il faudra employer le genou à deux mouvemens autour des deux axes perpendiculaires, construit sur les mêmes principes que celui décrit (N°. I. 126), et se manœuvrant absolument de la même manière (1). Quelquefois on adapte au plateau du genou à coquilles une vis de rappel pour modérer quand on le veut, à l'aide d'une pince, le mouvement horizontal de rotation du limbe.

On encastre dans l'épaisseur de la plaque métallique du limbe deux petits niveaux à bulle d'air *nn*, *n'n'*, situés dans des directions perpendiculaires entre elles, destinés à diriger la manœuvre du genou et à faire reconnaître l'horizontalité du limbe de l'instrument. On y place souvent aussi une petite boussole *SN*, dont on se sert pour orienter, au besoin, les directions observées.

(1) Pour plus de détail, voyez les genoux des *niveaux* et des *clisimètres*, dans le *Traité complet de nivellement*.

Art. II. *Usage des transversales circulaires pour apprécier les fractions des divisions d'un limbe.*

44. Dans les anciens graphomètres et quarts de cercle, deux systèmes de lignes circulaires disposés convenablement, servaient à estimer les fractions des parties en lesquelles un limbe avait été divisé. Nous allons exposer la théorie de cette invention, référée par Hévélius à Benoît Hédræus, Suédois, qui la donna en 1643, quoique Morin dès 1634 l'eût déjà attribuée à Jean Ferrier, Espagnol.

Une circonférence de cercle *AB*, *fig.* 20, étant divisée en un nombre quelconque de parties, égales entre elles par les points 0, 1, 2, 3, 4, ..., lorsqu'on se proposait d'estimer des fractions de ces parties, des $\frac{1}{n}$mes. par exemple, on décrivait une circonférence *ab* concentrique avec elle, et d'un rayon plus petit que le sien. On divisait cette seconde circonférence en autant de parties que la première, au moyen de rayons *C*0, *C*1, *C*2, ..., passant par tous les points de division de celle-ci. Alors, l'origine d'une division quelconque du limbe, de la première par exemple, et le dernier point 1′ de la division correspondante sur la circonférence intérieure, déterminent avec leur centre commun *C* une circonférence de cercle transversale 01′*C*, dont il existe une certaine portion 03″1′, entre les deux circonférences *AB*, *ab*.

Si donc on divise cette portion en un nombre *n* de parties égales entre elles, en cinq par exemple, aux points 1″, 2″, 3″, 4″, et que l'on conçoive des rayons *C*1″, *C*2″, *C*3″, ..., passant par tous les points de division, il est clair que les angles com-

pris entre deux rayons successifs seront égaux entre eux, puisqu'ils interceptent sur la circonférence de cercle transversale 03″*C*, au point *C* de laquelle ils ont leur sommet commun des arcs égaux 01″, 1″2″, 2″3″, ... Ces rayons divisent donc en cinq parties égales entre elles, aux points *d*, *e*, *f*, *g*, la division 01 du limbe, à laquelle ils se rapportent.

Ainsi, lorsqu'une alidade pivotera autour du centre *C* des deux circonférences de cercle *AB*, *ab*, et que la ligne de foi prolongée passera par ce centre, on estimera aisément le nombre de $\frac{1}{n}^{mes}$. de la divison du limbe par celui des $\frac{1}{n}^{mes}$. de la portion de circonférence transversale laissés à découvert.

Art. III. *Mesurage des angles avec le graphomètre; vérification et rectification de cet instrument.*

45. Pour mesurer avec le graphomètre l'angle que fait la projection horizontale d'une direction assignée *SG*, *fig.* 21, avec la projection horizontale d'une direction *SD* connue, on place l'instrument au point *S* commun aux deux directions, et de manière que son limbe étant horizontal, le centre du demi-cercle divisé se trouve dans la verticale de *S*. On dirige ensuite les pinnules du limbe ou sa lunette suivant la direction connue *SD*, et le zéro étant situé vers l'observateur, on tourne l'alidade ou la lunette mobile jusqu'à ce que son plan de collimation passe par la direction *SG* assignée. Cela étant, et le limbe n'ayant pas été dérangé, la ligne de foi de l'alidade ou le vernier de la lunette mobile, indique, sur le demi-cercle divisé, la valeur de l'arc *bl*, c'est-à-dire l'amplitude de l'angle

cherché *DSG*, embrassé par les deux plans verticaux des points *S*, *D*, et *S*, *G*.

Tant que la projection horizontale de l'angle *DSG* ne dépassera pas deux angles droits, la lecture de l'instrument, faite sous l'œil de l'observateur, fournira l'amplitude numérique de cet angle. Dans le cas contraire, dont on sera averti parce que l'œil ne pourra plus se placer vers un des points du demi-cercle *ACB*, pour viser suivant la direction alors assignée, telle que *SG'*, il faudra évidemment ajouter 200 grades au nombre résultant de la lecture du limbe, pour avoir la mesure de l'angle *DSG'*, compté dans le même sens que *DSG*, à partir de la direction connue *SD*.

46. L'opération que nous venons d'exécuter suppose que lorsque la ligne de foi de l'alidade ou le vernier de la lunette mobile est sur le zéro de la division du limbe, son plan de collimation se confond avec celui des pinnules du limbe ou de sa lunette fixe.

Cette circonstance est bien facile à vérifier, car il faut que, pour la position indiquée, les plans de collimation mentionnés aboutissent à un même objet visé dans la campagne. Quand cela n'a pas lieu, l'instrument est affecté de l'erreur de *parallélisme* ou de *collimation*. Si donc on veut avoir la possibilité de se débarrasser de cette erreur, dans le cas où on en aurait reconnu l'existence, il est nécessaire de pouvoir, à l'aide d'une vis de rappel, changer la position du fil du réticule de la lunette fixe, ou du crin d'une des pinnules du limbe, de manière à viser le point où aboutit le plan de collimation de l'alidade ou de la lunette mobile.

Si le graphomètre n'était pas muni d'un pareil

mécanisme, on chercherait la valeur de l'erreur de collimation, afin d'en tenir compte sur tous les angles mesurés. Il suffit, pour cela, de faire tourner l'alidade ou la lunette mobile jusqu'à ce qu'on vise le même objet qu'avec les pinnules du limbe ou sa lunette fixe; l'angle parcouru sera évidemment l'erreur de collimation cherchée; elle sera additive si le mouvement en avant de l'observateur a eu lieu de gauche à droite, et soustractive dans le cas contraire.

47. Afin de reconnaître si le limbe d'un graphomètre, et en général si le limbe d'un goniomètre est bien divisé, on mesure l'angle compris par les plans verticaux des directions de deux mêmes objets, en divers endroits du limbe à vérifier. On choisit pour cela un troisième objet à droite des deux premiers, pour y diriger les pinnules du limbe ou sa lunette fixe, et on vise ensuite l'un après l'autre chacun des deux premiers points avec l'alidade ou la lunette mobile; de sorte que l'instrument fournit les valeurs des angles que font les projections de leurs directions avec celle du troisième point, valeurs dont la différence est évidemment l'amplitude de l'angle à mesurer. Mais, rien ne déterminant le troisième objet, on pourra faire plusieurs choix, à chacun desquels correspondra une valeur particulière de l'angle à mesurer; et, si la division du limbe est bien faite, toutes ces mesures, obtenues comme on voit sur plusieurs endroits de sa circonférence, devront être identiques ou avoir même valeur. Si ces mesures offraient des différences assez sensibles, la division de l'instrument serait mauvaise, et il faudrait le rejeter.

§ IIe. *Du pantomètre d'arpenteur.*

Art. I. *Description de l'instrument.*

48. M. Fauquier, officier du génie (1), imagina, vers 1813, un instrument semblable, par sa forme générale, à l'équerre d'arpenteur ordinaire. Il est composé de deux portions de cylindres droits *LL*, *CC*, *fig.* 22, d'environ $0^m,04$ de diamètre et assemblées en forme de boîte. La circonférence *LL* du cylindre inférieur ou *fixe*, n'est divisée qu'en portions de cinq degrés chacune; mais un vernier tracé sur la circonférence du cylindre supérieur ou *mobile*, sert à estimer les degrés. La graduation s'écrit de 0 à 360 degrés en allant de gauche à droite, le zéro étant tourné vers l'observateur.

Les deux cylindres sont ouverts chacun par quatre coches, dirigées suivant des génératrices de leur surface courbe, situées deux à deux dans des plans passant par l'axe commun de ces surfaces, où ils se croisent à angles droits. Une des coches du cylindre mobile correspond d'ailleurs à l'origine du vernier, et les coches c', c'', c''', c'''', du cylindre fixe doivent être placées dans la direction des divisions graduées des nombres 0, 90, 180 et 270 degrés. Enfin, ce dernier cylindre est muni d'une

(1) Voyez la *notice* sur M. Maissiat, chef d'escadron au Corps royal des ingénieurs-géographes militaires, suivie de notices sur M. Tranchot, colonel au même corps, et sur la carte des ex-quatre départemens réunis de la rive gauche du Rhin, par M. Augoyat, capitaine au Corps royal du génie.

douille *D*, emmanchée à vis dans sa base, et destinée à maintenir l'instrument sur la tige d'un trépied topographique.

49. Dans cet état, l'instrument est peu propre à être employé aux levés topographiques; mais à l'aide de quelques perfectionnemens peu dispendieux apportés, il y a deux ans, dans sa construction, nous en avons fait un vrai *pantomètre d'arpenteur*, employé avec succès par quelques officiers d'état major et par des géomètres attachés au parcellaire du cadastre.

Nous avons donné jusqu'à $0^m,08$ de diamètre aux cylindres qui forment le corps de l'instrument; de sorte que la circonférence du cylindre inférieur peut être divisée en grades, ce qui suffit pour lever le détail de la carte. Les inconvéniens que présente la manière dont sont assemblés les deux cylindres dans l'instrument de M. Fauquier, ne se retrouvent plus dans le pantomètre d'arpenteur, puisque, au lieu d'être ajustés à frottement autour de leur circonférence, ces cylindres sont, au contraire, mis en contact suivant deux de leurs bases, et invariablement retenus dans cette situation à l'aide d'un axe ou pivot *A*, *fig.* 23, autour duquel s'exécute le mouvement de rotation du cylindre mobile sur le cylindre fixe. Il est clair que cette disposition maintient le pantomètre d'arpenteur toujours bien centré, tandis que rien ne s'oppose au changement de forme qui peut arriver à la portion divisée du cylindre de l'instrument de M. Fauquier. Au lieu de quatre coches, chacun des deux cylindres n'en a plus qu'une, en face de laquelle est ouverte une croisée d'environ 5 millimètres

de large, garnie d'un crin tendu longitudinalement, ce qui facilite beaucoup la recherche et le pointé des objets à viser. La coche du cylindre inférieur est située dans le prolongement de la division cotée o, et le crin de la croisée correspondante est tendu suivant celle numérotée 200. Comme ces situations sont très-faciles à obtenir, puisqu'il suffit de prolonger tout le long du cylindre les divisions mentionnées, tandis qu'on opère la division de sa circonférence, il est inutile de munir l'instrument d'un mécanisme propre à faire mouvoir les crins des croisées, pour rectifier leur position.

Une vis de pression intérieure *P*, sert à donner au cylindre fixe la faculté de pirouetter plus ou moins librement autour de son axe, sur le plateau *pp*, d'un genou simple, composé d'une douille *D*, portant une charnière *C*, destinée à faciliter le mouvement qu'on est obligé de donner au pantomètre, quand on veut disposer horizontalement l'axe des cylindres qui en forment le corps. Cette situation de l'instrument permet de l'appliquer au mesurage des inclinaisons des pentes, à l'aide d'un petit niveau ordinaire à bulle d'air *NN*, adapté à charnière et à ressort contre la base du cylindre inférieur, parallèlement au plan que déterminent la coche et le crin de la croisée de ce cylindre. Une vis de rappel *v*, buttant en effet contre l'appui *p*, fixé au corps de l'instrument, peut faire mouvoir le niveau autour de la charnière *c*, par le concours de son action et de celle du ressort *R*, de sorte qu'il est possible de rendre la ligne des réserves *r*, *r*, du niveau parfaitement parallèle au plan des divisions o et 200, et l'instrument a l'avantage de

devenir alors un véritable *clisimètre*, se manœuvrant et se rectifiant comme il sera enseigné dans notre *Traité complet de nivellement*.

On peut, au lieu du genou que nous venons de décrire, adapter à la base inférieure du cylindre fixe, à l'aide de trois vis ou autrement, un petit genou à coquilles, dans lesquelles s'exécutent les mouvemens à donner au cylindre fixe, tant pour la manœuvre ordinaire du pantomètre que pour celle de cet instrument employé comme clisimètre.

Le niveau à bulle d'air peut être également remplacé par un niveau à perpendicule suspendu à un des points de la surface courbe du cylindre fixe, situés dans la direction du fil de la croisée. On pourra en effet disposer alors le plan de ce fil et de la coche correspondante dans une situation verticale, en visant la partie inférieure du perpendicule, et l'instrument servira de clisimètre.

50. Nous avons encore placé sur le haut du cylindre mobile, et à recouvrement, une boussole *BB*, que deux vis de pression opposées *V*, *V*, buttant sur le fond d'une rainure creusée tout autour de la circonférence de ce cylindre, peuvent maintenir invariablement dans une position respective assignée. Quand on veut se servir de la boussole, la coche du cylindre mobile, avec lequel elle doit faire corps, et le crin de la croisée correspondante, lui tiennent lieu de lunette. Cette boussole peut d'ailleurs, quand on veut, être entièrement séparée du cylindre en desserrant les vis de pression mentionnées.

51. Enfin, pour donner à l'instrument toutes les propriétés que son nom lui attribue, on accote

au flanc droit du cylindre mobile, et parallèlement au plan déterminé par sa coche et le crin de sa croisée, une lunette micrométrique plongeante, destinée à mesurer l'éloignement d'une mire, et par suite aussi les distances des objets à l'instrument. La construction de la mire et de la lunette peut être variée de quatre manières différentes, qui seront expliquées avec détail (1), ainsi que nous l'avons promis (N° I. 182), quand nous avons donné une idée de la *stadia* et du *chorismomètre*.

Art. II. *Mesurage des angles avec le pantomètre d'arpenteur; vérification de cet instrument.*

52. Le mesurage des angles s'effectue avec le pantomètre d'arpenteur comme avec le graphomètre. On dirige le plan de collimation du cylindre fixe tenant lieu de limbe à l'instrument, sur l'objet dont on connaît la direction, et ensuite celui du cylindre mobile servant d'alidade, sur l'objet dont la direction est à déterminer. Cela étant, l'arc compris entre les deux coches sera évidemment la mesure de l'angle observé. On pourra donc facilement lire le nombre de degrés embrassés par cet arc, et estimer en outre à vue, ou plus commodément, à l'aide d'un vernier convenable, la fraction de degré qui devra entrer dans la mesure cherchée, si l'index tracé dans le prolongement et sous la coche du cylindre mobile, ne correspond pas exactement à une des lignes de division de la circonférence du cylindre fixe. La graduation du panto-

(1) *Traité complet de nivellement.*

mètre d'arpenteur s'étendant depuis 0 jusqu'à 400 grades, on voit que, quelle que soit l'amplitude de l'angle observé, la lecture de l'instrument en fournira de suite la valeur dans tous les cas.

On se servira de la boussole adaptée au pantomètre d'arpenteur comme il sera enseigné plus tard dans ce traité.

53. Un pantomètre construit avec soin est rarement affecté de l'*erreur de collimation*. Toutefois, comme elle est très-facile à reconnaître n°. 46, on rejettera l'instrument qui aurait ce défaut. Pour ce qui est de la vérification de l'exactitude de la division du limbe ou circonférence du cylindre fixe, on procédera absolument comme nous avons enseigné de le faire en parlant du graphomètre n°. 47.

IIIe. §. *De la tablette destinée aux levés au goniomètre.*

54. Quel que soit l'instrument employé par le topographe, la *minute* du levé doit toujours être dessinée, et parfaitement arrêtée au crayon sur le terrain. On sent bien, en effet, qu'il serait difficile, pour ne pas dire impossible, de reconnaître hors de la vue du terrain même, les erreurs que l'on pourrait commettre dans sa représentation : de là la nécessité de se procurer en rase campagne quelques commodités pour dessiner. La plus essentielle de toutes est que le dessin soit soutenu, avec assez de fixité, à une hauteur convenable au-dessus du sol. Lors donc qu'on ne lèvera pas la carte à la planchette, il faudra être muni d'une espèce de *tablette portative*.

Cet instrument est plus ou moins simple. Il consiste le plus souvent en une petite planche rectangulaire *TT*..., *fig.* 24, faite d'un bois léger, et dont les dimensions ordinaires sont $0^m,60$, $0^m,45$ et $0^m,08$. Deux rouleaux *RR*... sont adaptés sous la tablette le long de ses plus longs bords, et peuvent être retenus par des rochets, ou mieux à l'aide d'écroux de pression, dans des positions propres à tendre sur la tablette, une feuille de papier de grandeur suffisante. Au milieu de la face inférieure est fixement attachée une petite tablette de renfort *T''T''*..., portant un renflement *rr*, dans lequel on a évidé deux petits secteurs disposés comme le représente le ponctué *ss*... de la figure. Cet évidement communique à l'extérieur par une ouverture de la forme *oo*, dans laquelle peut entrer à frottement une espèce de té *tt*, détaché à ses extrémités du plateau *pp* d'un chapiteau *C*; de sorte qu'en faisant faire alors à ce dernier un quart de révolution sur son axe, les extrémités du té s'engagent dans l'évidement *ss*..., et le plateau *pp* s'applique fortement contre la face inférieure de la tablette de renfort. La tablette et le chapiteau étant ainsi liés ensemble, comme la partie cylindrique *D* de ce dernier est évidée suivant un cylindre concentrique, on peut reposer le tout sur le haut d'un bâton ferré, fiché en terre, ou mieux sur la tige d'un trépied topographique, et l'on obtient ainsi dans les deux cas une tablette portative plus ou moins commode.

CHAPITRE III.

THÉORIE DES LEVÉS AU GONIOMÈTRE.

Ier §. *Généralités sur les levés au goniomètre.*

55. Nous avons assez clairement établi dans le chap. II, du *Traité des levés à la planchette*, que tout se réduit pour lever le *détail* de la carte d'un terrain quelconque, à construire une figure semblable à sa *carte topographique naturelle*, c'est-à-dire à la projection horizontale des figures que dessinent à la surface du sol les points les plus remarquables du terrain, tels que ceux qui appartiennent aux bords des communications de toute espèce, aux rives des cours d'eau, aux limites des travaux d'art, des diverses cultures et des propriétés, aux lisières des forêts, etc.

56. La planchette combinée avec l'alidade nous a efficacement servi pour obtenir graphiquement, sur la carte, l'angle égal à celui compris par les plans verticaux de deux directions assignées sur le terrain, et cela sans nous inquiéter du nombre de grades qui étaient la mesure de cet angle, égal d'ailleurs à l'angle que les projections de ces directions embrassent sur la carte topographique naturelle. Or, comme il existe, ainsi qu'on l'a vu, plusieurs goniomètres propres à obtenir immédiatement cette mesure soit en degrés, soit en grades, on conçoit que leur emploi peut être combiné avec

celui d'un rapporteur, par exemple, et que cette combinaison tiendra lieu de la planchette et de l'alidade dont nous avons appris à nous servir. Il n'y aura donc jamais d'autre différence dans la manière d'exécuter les constructions que nous avons détaillées au sujet des levés à la planchette, que celles qui tiendront à la nature particulière de l'instrument qu'on lui substituera.

Ainsi, comme dans les levés à la planchette on donne toujours à la carte qu'on lève une position déterminée dans l'espace, on sent bien que tous les problèmes dont les solutions dépendront indispensablement de cette position de la carte, ne pourront plus être résolus dans tout autre genre de levé. Les diverses manières dont on a obtenu le point de station, la courbe de recherche dont on a fait usage pour déterminer un point par trois autres : sont donc des moyens particuliers aux levés à la planchette, et qui en établissent le caractère distinctif.

57. Les *levés purement au goniomètre* résultent primitivement de l'emploi, 1°. des angles aux repères dans le triangle formé par les deux points choisis pour repères et le point à déterminer ; 2°. de l'angle à un des repères et de celui au point à déterminer. Dans le premier cas, on devra pouvoir stationner aux repères, le point à déterminer étant ou non accessible ; dans le second cas, il faudra pouvoir stationner à ce point, ainsi qu'à l'un des repères seulement.

58. Les *levés au goniomètre et à la chaîne* reposent sur les combinaisons primitives qui emploient, 1°. l'angle au premier point de repère, et sa

distance au point à déterminer. Cette distance devra donc être mesurable, et la position du second repère pourra ne pas se trouver sur la carte. 2°. L'angle au point indéterminé et sa distance au premier point de repère. Dans ce cas, les positions des deux repères devront être indiquées à la fois sur la carte, et il faudra pouvoir stationner au point indéterminé, et mesurer la distance mentionnée. 3°. Enfin, l'angle au premier des repères et la distance du second au point indéterminé. Cette combinaison conduisant quelquefois à un double résultat devra être rejetée, à moins qu'il soit impossible d'en choisir une autre pour déterminer le point qui donnerait lieu à son emploi.

59. Outre ces combinaisons primitives d'élémens du triangle formé par les deux points choisis pour repères et le point qu'on veut leur rapporter, nous apprendrons à résoudre quelques autres problèmes, qui en dépendent d'une manière plus ou moins directe.

60. La forme du triangle mentionné, n'est soumise à d'autre condition générale qu'à celle qui exige que la position du point indéterminé ne soit pas fournie par l'intersection de droites se coupant sous des angles différant d'un angle droit de plus de $\frac{1}{100}$ grades; d'où l'on voit que plusieurs triangles pourront avoir pour côté commun la ligne joignant les repères ou la *base de départ*, dont la longueur devra être connue seulement quand on voudra lever la carte au goniomètre et à la chaîne.

Il est clair que la base de départ, ou, ce qui est la même chose, que les deux repères primitifs, ne pourront pas servir exclusivement à construire tout

un levé. Il faudra donc choisir des bases ou des repères secondaires parmi les points qu'on leur aura d'abord rapportés, afin d'obtenir à l'aide de ces nouveaux repères, les positions des points qu'on ne pouvait pas découvrir des repères de départ, ainsi que celles des points qui n'auraient pu y être déterminés d'une manière satisfaisante.

IIe. §. *On propose de déterminer la position d'un point quelconque visible de deux points de repère où l'on peut stationner, et dont les positions sont données sur la carte.*

61. Cette question est très-facile à résoudre. On se transporte en effet à un des repères, au point R, par exemple, *fig.* 25, où l'on place le limbe du goniomètre dans une situation horizontale, afin de diriger vers l'autre repère P son plan de collimation. Cela fait, on emmène le plan de collimation de l'alidade mobile vers le point X à déterminer, et on lit sur le limbe l'amplitude numérique de l'angle PRX, de la carte topographique naturelle. On peut donc alors conduire par la position r de R, sur la minute du levé, une ligne rx' qui fasse avec la base rp, joignant les positions des repères, un angle $x'rp$ ayant pour mesure l'amplitude obtenue; de sorte que la position cherchée du point X se trouvera quelque part sur la ligne rx'.

Cela fait, on transporte le goniomètre au second repère P, pour y mesurer de la même manière l'angle RPX compris entre les plans verticaux des directions PR, PX, et on conduit par la position p de P sur la carte, une ligne px'' faisant avec pr

un angle rpx'' égal à l'angle mesuré; et cette ligne contient évidemment encore la position cherchée du point X. Cette position sera donc fournie par l'intersection x des lignes rx', px''; et en effet, les triangles rxp, RXP, sont équiangles, et par conséquent semblables : la question est donc résolue.

62. Le point X étant quelconque, la méthode précédente s'applique également à la détermination des positions de tous les points du terrain, soit accessibles, soit inabordables, que l'on peut apercevoir des deux repères choisis. Elle ne devra néanmoins être employée avec confiance qu'autant que les lignes rx, px, se couperont sous des angles ne s'écartant pas d'un angle droit de plus de $\frac{1}{100}$ grades, ou, ce qui est la même chose, que lorsque l'angle RXP de la carte topographique naturelle sera compris dans les mêmes limites.

63. Cette manière de déterminer les positions des points inconnus, et qu'on appelle *méthode d'intersection*, est très-expéditive. Il faudra donc s'en servir pour obtenir les positions du plus grand nombre possible de points remarquables du terrain, propres surtout à devenir ultérieurement eux-mêmes des points de repère. On ne doit pas, au reste, espérer de pouvoir construire entièrement le levé du détail d'un pays, par l'emploi exclusif de la méthode d'intersection; ce n'est pas de loin que l'on peut juger de la forme des courbes décrites sur le terrain par la succession de ses points remarquables, et on les exprime bien mieux quand on en a parcouru toutes les sinuosités.

IIIe. §. *Ne pouvant stationner qu'à l'un des deux points dont les positions sont données pour repères, déterminer la position d'un point désigné où l'on peut stationner.*

64. Le commencement de la solution de ce problème ne diffère pas de celui du problème précédent. On obtiendra donc comme au n°. 61 la position rx' de la ligne RX, *fig.* 26; de sorte que la position cherchée du point X devra se trouver quelque part sur la ligne rx' mentionnée.

Pour terminer l'opération, on se transporte en X, et on y mesure l'angle RXP de la carte topographique naturelle, égal à l'angle que font entre eux les plans verticaux passant par ce point X et chacun des deux repères R, P. Cela fait, il ne reste plus qu'à conduire par le point p, sur la carte, une ligne px'', faisant avec celle rx' déjà tracée, un angle pxr égal à PXR mesuré. En effet, l'intersection x des lignes rx', px'', est évidemment la position de X, puisque les triangles rxp, RXP, sont équiangles et par conséquent semblables.

65. L'efficacité de cette construction, qui fait partie des *méthodes de recoupement*, exige que les angles sous lesquels se croisent les lignes rx', px'', ou RX, PX, ne diffèrent pas d'un angle droit de plus de $\frac{1}{5}$ 100 grades. Cette méthode est comme on voit aussi expéditive que celle d'intersection; mais elle a sur elle l'avantage de faire parcourir le terrain à lever, et, par cette seule raison, doit avoir la préférence.

IVe. §. *Les deux points dont les positions sont données pour repères étant inaccessibles, et pouvant stationner en un lieu du plan vertical que ces repères déterminent, lieu dont la position est néanmoins inconnue sur la carte, on propose de déterminer la position d'un point désigné où l'on peut stationner.*

66. Cherchons à l'aide de l'opération de *jalonnage* décrite (N° I, 148), un point quelconque *A*, *fig.* 27, du lieu où le plan vertical des repères *R*, *P*, est abordable, afin d'y établir le goniomètre de manière que visant le point *P*, par exemple, le plan de collimation du limbe coïncide avec le plan des repères mentionnés. Cela étant, si nous dirigeons l'alidade mobile vers le point *X*, nous pourrons lire sur l'instrument la valeur numérique de l'angle *PAX*, et conduire en conséquence une ligne quelconque $a_{,}x_{,}$ qui fasse avec *rp* un angle $pa_{,}x_{,}$ de même valeur.

Transportons-nous ensuite au point *X*, et le plan de collimation du limbe étant dirigé suivant *XA*, mesurons les deux angles *AXR*, *AXP*; conduisons enfin sur la carte les deux droites rx', px'', faisant avec $a_{,}x_{,}$ des angles respectivement égaux aux précédens, et passant, la première, par la posi- *r* de *R*, et la seconde, par la position *p* de *P*. L'intersection *x* de ces droites sera la position cherchée de *X*; car le triangle *rxp* est par construction équiangle, et en conséquence semblable au triangle *RXP*, de la carte topographique naturelle.

67. Cette manière de procéder, qui fait partie

des *méthodes de recoupement*, exige que l'angle *RXP*, au point à déterminer, ne s'écarte pas d'un angle droit de plus de $\frac{1}{100}$ grades.

68. On peut surabondamment obtenir, par suite de l'opération précédente, la position du point *A*. Tout se réduit effectivement à conduire, par la position *x* de *X*, une droite *xa'* parallèle à $x_{,}a_{,}$, coupant la ligne *rp* en un point *a* qui sera la position cherchée; puisque le triangle *xap* est par construction équiangle, et conséquemment semblable à la projection horizontale du triangle *XAP*.

V^e. §. *Les deux points dont les positions sont données pour repères étant inaccessibles, ainsi que leur plan vertical, déterminer la position d'un point quelconque.*

69. Quand on ne peut approcher ni des repères *R*, *P*, *fig.* 28, ni du plan vertical qu'ils déterminent, on choisit un point abordable *Y*, duquel on puisse découvrir, à la fois, les repères et le point à déterminer *X*, que nous supposerons d'abord accessible. Il est clair qu'on peut obtenir, par la méthode d'intersection, les positions $r_{,}$, $p_{,}$, des repères *R*, *P*, relatives à celles $x_{,}y_{,}$ des points *X*, *Y*, pris pour points de départ; bien entendu que les positions $x_{,}$, $y_{,}$, sont choisies d'une manière quelconque sur une autre feuille de papier que celle sur laquelle on dessine la carte.

Le tracé de la figure $r_{,}p_{,}y_{,}x_{,}$, semblable par construction à la figure *RPYX*, étant terminé, il ne reste plus évidemment qu'à construire sur *rp* une figure *rpyx*, semblable à la première, pour

avoir obtenu la position du point proposé X, et surabondamment celle du point auxiliaire Y.

70. L'inspection de la figure suffit pour montrer que l'exacte détermination des points $r_{,}$, $p_{,}$, exige que les angles XRY, XPY, ne s'éloignent pas d'un angle droit de plus de $\frac{1}{3}$ 100 grades. Pareillement les points x, y, ne seront à leur tour déterminés avec précision, qu'autant que les angles RXP, RYP, ne s'écarteront pas de la même limite.

71. Lorsque le point X à déterminer sera inabordable, au lieu d'un seul point auxiliaire Y accessible, on en choisira deux, tels qu'on y découvre à la fois le point X et les deux repères, afin qu'il soit possible d'obtenir les positions de ces trois derniers points, relativement aux deux points auxiliaires pris pour repères actuels de départ.

VIe. §. *On ne connaît sur la carte que la position d'un des points de repère auquel on peut stationner, et la trace du plan vertical que les repères déterminent; trouver la position d'un point accessible.*

72. Les questions que nous avons résolues jusqu'ici, constituent les *levés purement au goniomètre*, il nous reste donc à parler maintenant de celles relatives aux *levés au goniomètre et à la chaîne*. Et d'abord pour résoudre celle que nous avons énoncée, plaçons le goniomètre au repère R, *fig.* 29, où l'on peut sationner, et dirigeons le plan de collimation du limbe vers le repère P, dont la position est inconnue sur la carte. Il est clair qu'en visant le point

à déterminer X, avec l'alidade de l'instrument, nous obtiendrons la mesure de l'angle XRP. Si donc par le point r, position de R, sur la carte, nous conduisons une droite rx', faisant avec rp', position de RP, un angle $x'rp'$ égal à l'angle observé, cette droite rx' contiendra la position cherchée de X.

Pour terminer sa recherche, on fait mesurer avec la chaîne, la distance horizontale des points R, X, et on en prend la valeur à l'échelle pour la rapporter de r en x; de sorte que le point x ainsi obtenu sur la carte est la position du point X qu'il fallait déterminer. Le triangle RXP de la carte topographique naturelle, et le triangle formé par les points r, x, et la position inconnue du repère P sur la carte, sont en effet semblables, comme ayant par construction un angle égal compris entre deux côtés proportionnels.

73. La forme du triangle RXP n'étant soumise à aucune condition, elle est tout-à-fait arbitraire. Ainsi la construction précédente, qui fait partie des *méthodes de cheminement*, peut être employée avec le même degré d'exactitude à déterminer les positions de tous les points abordables visibles du repère accessible, quelles que soient d'ailleurs et leurs directions et leurs distances, pourvu néanmoins que celles-ci puissent être mesurées.

Il est donc fâcheux que les méthodes de cheminement, pour l'exécution desquelles on est obligé de parcourir le terrain à lever, ce qui a l'avantage d'en faciliter la représentation, consomment, ainsi qu'on est à même d'en juger, beaucoup plus de temps que les deux autres méthodes.

VIIe. §. *On ne connaît sur la carte que la position d'un des points de repère qui est inaccessible, et la trace du plan vertical déterminé par les deux repères, dans lequel on peut stationner en un lieu inconnu sur la carte; trouver la position d'un point accessible.*

74. Soit R, *fig.* 30, le point de repère inaccessible, dont la position r est donnée sur la carte, et rp' la position de la trace horizontale du plan vertical des repères R, P. Si A est un point du lieu où ce plan peut être abordé, plaçons-y le goniomètre et dirigeons le plan de collimation du limbe sur l'un quelconque des repères, R par exemple. Visant ensuite avec l'alidade le point X à déterminer, nous connaîtrons l'angle RAX, et nous pourrons en conséquence conduire par un point quelconque $a_{,}$ de la ligne rp', une droite $a_{,}x_{,}$, qui fasse avec elle un angle $ra_{,}x_{,}$, égal à l'angle observé. Cela étant, mesurons à la chaîne la distance horizontale des points A, X, prenons-en la valeur à l'échelle pour la transporter de $a_{,}$ en $x_{,,}$ sur $a_{,}x_{,}$, et conduisons enfin par le point $x_{,,}$ obtenu une parallèle $x_{,,}x''$ à la ligne rp'.

Allons placer maintenant le goniomètre au point X; dirigeons le plan de collimation du limbe sur le repère R, et celui de l'alidade sur le point A que nous occupions tout à l'heure. Nous obtiendrons ainsi la valeur de l'angle RXA, et nous pourrons conduire par le point r une ligne rx' qui fasse avec $a_{,}x_{,}$ un angle égal à l'angle mesuré, et cette ligne coupera celle $x_{,,}x''$ déjà tracée en un point x, qui est la position du point X à déterminer.

En effet, menant xa parallèle à $a_{,}x_{,}$, le triangle rxa est semblable à l'échelle avec le triangle RXA; car, par construction, l'angle rax égale RAX; par la même raison les angles axr, AXR, sont égaux entre eux, donc comme $xa = x_{,,}a_{,}$ égale XA à l'échelle, les triangles mentionnés sont équiangles et de plus semblables à l'échelle.

75. La solution précédente participe à la fois de la méthode de recoupement et de celle de cheminement : aussi la forme du triangle RPX n'est plus arbitraire; car la position x cherchée étant fournie par l'intersection des deux lignes $x_{,,}x''$, rx', il est nécessaire que l'angle $x'xx_{,,} = x'rp'$ égal à XRP, ne s'écarte pas d'un angle droit de plus de $\frac{1}{3}$ 100 grades.

76. On peut remarquer que les constructions exécutées déterminent subsidiairement la position a du point A, où l'on s'est d'abord placé, dans l'endroit auquel le plan des repères R, P, se trouve abordable.

VIIIe. §. *On donne les positions de deux points de repère pouvant stationner au premier, et le second étant inaccessible, on demande la position d'un point inabordable.*

77. Pour résoudre ce problème, on cherche dans la direction du point X à déterminer, et du repère inaccessible P, *fig.* 31, un point Y tel que sa distance YR au repère R, où l'on peut stationner, soit mesurable. Ce point Y choisi, on obtiendra sa position y sur la carte, comme il est enseigné n°. 72; de sorte que la position de X se trou-

vera nécessairement sur un des points de la ligne yp. Si donc avant de quitter le point R, on mesure l'angle PRX, afin de conduire par le point r une droite rx', faisant avec rp un angle prx' de même valeur que le précédent; cette ligne rx' devant contenir la position cherchée, la fournira par son intersection x avec la droite py. Les triangles xrp, XRP, sont effectivement équiangles par construction.

78. Il est évident que le point x ne sera suffisamment bien déterminé qu'autant que les lignes rx', yp, se couperont sous un angle $rxp = RXP$, ne différant pas d'un angle droit de plus de $\frac{1}{100}$ grades.

IXe. §. *On ne peut stationner à aucun des deux points dont les positions sont données pour repères; mais l'un d'eux étant accessible, on propose de déterminer la position d'un point où l'on peut stationner.*

79. Puisque le point à déterminer X, *fig.* 32, est le seul auquel on puisse stationner, plaçons-y le goniomètre, afin de mesurer l'angle RXP, compris par les plans verticaux que les repères R, P, déterminent concurremment avec ce point X; et mesurons ensuite la distance horizontale RX de ce même point X, au repère abordable R. Cela fait, décrivons sur la ligne rp, joignant les positions r, p, des repères, un arc de cercle $rx'p$ capable d'un angle égal à l'angle observé RXP; et du point r pour centre, avec la distance RX prise à l'échelle, traçons encore un second arc de cercle $x''x$, qui coupe le premier.

Si l'angle observé *RXP* est aigu, tant que la distance *XR* sera moindre que *RP*, les deux arcs décrits ne se couperont qu'en un seul point *x*, du même côté de la ligne *rp*, et ce point sera évidemment la position cherchée du point *X*, puisque cette position doit se trouver à la fois sur chacun des arcs décrits. Lorsque dans le même cas la distance *RX* sera plus grande que *RP*, et moindre que le diamètre du cercle déterminé par les trois points *RPX*, les deux points d'intersection des deux arcs de cercle décrits se trouveront du même côté de la droite *rp*, et le problème sera indéterminé.

Mais si l'angle observé *RXP* est obtus, l'inconvénient que nous venons de signaler n'aura jamais lieu, parce que la distance *RX* sera, par cela même, moindre que *RP*.

80. Ce qui précède fait voir que le moyen de détermination des points, qui vient d'être expliqué, ne doit être mis en usage que lorsque les localités y obligent. On trouvera d'ailleurs facilement les conditions nécessaires à la précision du tracé graphique : elles sont, pour la description du segment capable de l'angle *RXP*, que cet angle ne s'écarte pas d'un droit de plus de $\frac{1}{5}$ 100 grades; et pour la netteté de l'intersection des deux arcs de cercle décrits, que l'angle *XPR*, opposé à la distance *RX* mesurée, soit moindre que $\frac{1}{5}$ 100 grades.

X^e. §. *Les positions de trois points étant données sur un levé, on propose d'y ajouter celle d'un quatrième point d'où on peut découvrir les trois premiers.*

81. Ce problème peut être résolu de plusieurs manières. Ayant en effet mesuré au quatrième point, les angles que comprennent deux à deux les plans verticaux qu'il détermine concurremment avec les trois points dont les positions sont données, on est à même de mettre à exécution une quelconque des méthodes expliquées avec détail dans le *Traité des levés à la planchette*, chap. VII, Ier. §, où nous renvoyons pour cet objet, afin de ne pas nous répéter.

82. On peut encore faire usage des *Courbes des erreurs*, pour résoudre le problème qui nous occupe par une construction analogue à celle de la *Courbe de recherche* particulière aux levés à la planchette. Remarquons avant de le faire voir, que la considération des segmens capables prouve qu'il n'existe sur la carte qu'un seul point qui, joint par des lignes droites avec les positions des trois points donnés, fournisse des angles égaux à ceux sous lesquels ces points sont vus du quatrième point à déterminer, et situés dans le même ordre de gauche à droite (N°. I, 195). Tout se réduit donc à découvrir le point de la carte qui jouit de cette propriété.

Pour cela représentons par g, m, d, *fig.* 33, les positions respectives données des trois points G, M, D, observés du quatrième point S, qu'il faut déterminer par suite du mesurage des deux angles GSM,

MSD, qui sont ainsi connus. Cela étant, conduisons par le point *m* une ligne *m*1, dans la situation que nous estimons devoir être occupée sur la carte par la position de la direction *SM*; traçons ensuite des droites *g*1′, *d*1″, partant des points *g*, *d*, et faisant respectivement avec *m*1 des angles *g*1′*m*, *m*1*g*, égaux aux angles *GSM*, *MSD*. Il est clair que si la position donnée à *m*1 était la véritable, les trois droites menées comme nous venons de le faire se couperaient mutuellement en un point unique, qui serait la position cherchée de *S*. Lors donc que les trois droites mentionnées se croiseront de manière à former un triangle 11′1″, comme dans la figure, la ligne *MS* sera mal représentée sur la carte, et il faudra rectifier la position *m*1, qu'on lui avait assignée.

Supposons donc que la ligne *m*2 doive être la position de *MS*, et opérons une construction tout-à-fait semblable à la précédente, c'est-à-dire conduisons par les points *g*, *d*, les lignes *g*2′, *d*2″, faisant avec *m*2 des angles respectivement égaux aux angles *GSM*, *MSD*, observés. Les trois lignes *m*2, *g*2′, *d*2″, ou concourront en un même point qui sera la position cherchée de *S*, ou se croiseront comme dans la figure de manière à fournir un triangle 22′2″ plus petit que 11′1″. En continuant donc à déplacer, dans le même sens, la droite qui doit représenter *SM* sur la carte, on conçoit qu'il est possible d'obtenir, après un plus ou moins grand nombre de tâtonnemens, trois positions *ms*, *gs*, *ds*, des directions *MS*, *DS*, *GS*, donnant, par leur intersection unique *s*, la position cherchée de *S*.

83. Nous avons supposé que le triangle 22′2″, formé par suite de la seconde direction *m*2, donnée à la droite qui doit représenter *SM*, était plus petit que le triangle 11′1″, préalablement obtenu. Si cette circonstance n'arrivait point, on n'aurait pas déplacé la droite *m*1 du côté convenable, erreur facile à réparer.

84. Afin de diminuer le nombre de tâtonnemens à exécuter, remarquons que les sommets correspondans des triangles 11′1″, 22′2″,..... obtenus comme il a été enseigné, décrivent des branches de la *Courbe des erreurs*, lesquelles doivent se réunir à celui des points de la carte où doit être la position de *S*. Cela étant, dessinons les courbes 123, 1′2′3′, 1″2″3″, indiquées par trois triangles successifs, et prolongeons ces lignes conformément à l'esprit de leur courbure, jusqu'à leur point de concours estimé en *s*.

Pour vérifier si ce point est réellement la position de *S*, on trace la droite *ms*, sur laquelle on opère comme on l'a fait sur les lignes *m*1, *m*2; et si les droites qui doivent partir des points *g*, *d*, arrivent justement au point *s*, l'estime que l'on a faite sera exacte.

Dans le cas contraire, on obtiendrait un tout petit triangle, que l'on combinerait avec les trois précédens, pour rectifier le dessin des branches de la courbe des erreurs, de manière à estimer plus exactement leur point de concours. On vérifierait l'exactitude de la nouvelle position de ce point comme on a fait pour la première, ainsi de suite.

85. Un moyen d'estimer avec assez d'exactitude, et tout d'abord, le point de concours des branches

de la courbe des erreurs, consiste à combiner les trois triangles successifs 11′1″, 22′2″, 33′3″, avec un triangle 44′4″ obtenu comme les précédens, mais, ainsi que le montre la figure, par des droites *m*4, *g*4′, *d*4″, situées des côtés des lignes *ms*, *gs*, *ds*, que n'occupent pas les droites fournissant les trois triangles mentionnés. En effet, les sommets du triangle 44′4″, donnant un point de chaque branche de la courbe des erreurs, au delà de l'endroit où elles doivent concourir, il est évident qu'outre que la marche de chaque branche de courbe sera mieux indiquée par quatre points que par trois, le concours des branches doit se trouver sur leurs portions tracées, et non sur leurs prolongemens d'un dessin toujours un peu vague.

86. Le procédé par lequel nous venons de résoudre le problème énoncé, conduit à une courbe des erreurs particulière dont les branches dessinent évidemment, deux à deux, une circonférence de cercle. Ces branches ne sont effectivement que les segmens capables soit de chacun des angles observés, soit de leur somme; elles sont des portions des trois circonférences de cercle employées dans les *Levés à la planchette*.

CHAPITRE IV.

PROBLÈMES RELATIFS AUX LEVÉS AU GONIOMÈTRE.

Ier. §. *On propose d'obtenir, à l'aide d'un goniomètre, la distance des extrémités d'une ligne polygonale.*

87. Les goniomètres fournissant l'amplitude numérique des angles, tous les problèmes dont nous allons nous occuper, comme ceux qui font le sujet du chapitre précédent, peuvent être résolus soit graphiquement, soit par le calcul. Si nous nous bornons aux solutions graphiques, c'est qu'il ne s'agit ici que de construire des levés, d'opérer sur le terrain, ce qui exclut évidemment le calcul trigonométrique; les solutions numériques de tous ces problèmes et de bien d'autres encore, feront d'ailleurs partie de notre *Traité des opérations trigonométriques*, auquel nous renvoyons pour cet objet. Ce chapitre sera terminé par la solution de quelques *Problèmes inverses de levés au goniomètre*, au moyen desquels le dessin d'un projet quelconque étant arrêté sur le levé d'un terrain partout accessible, on peut en construire le tracé sur le terrain même.

88. Occupons-nous d'abord du problème énoncé en tête de ce paragraphe, et représentons par *ABCDE*, *fig.* 34, la ligne polygonale des extrémités *A*, *E*, de laquelle il faut mesurer la distance réciproque. Pour cela procédons d'abord au mesurage de tous les côtés *AB*, *BC*, *CD* ... de la ligne po-

lygonale, ainsi que des angles ABC, BCD, ... formés à chacun de ses sommets par deux côtés successifs. Ces mesures prises, nous pourrons, à l'aide du rapporteur, construire sur une feuille de papier, et à une échelle choisie, le plan $abcde$ de la ligne polygonale $ABCDE$. En effet, ayant pris une portion de droite ab, égale à AB réduit à l'échelle, on mènera par le point b une ligne bc' faisant avec ab un angle abc' égal à celui mesuré en B avec le goniomètre; de sorte que si l'on prend ensuite, à partir de b, une longueur bc, égale à BC réduit à l'échelle, a, b, c, pourront être considérés comme les positions respectives des points A, B, C, ainsi de suite. Prenant donc une ouverture de compas égale à ae, pour l'appliquer sur l'échelle, on y lira, en mesures employées, la valeur de la distance AE qu'il s'agissait d'obtenir.

IIe. §. *Trouver, à l'aide d'un goniomètre, la longueur d'une droite qu'il est impossible de chaîner.*

89. Ce problème peut offrir trois cas différens: et d'abord, si *les deux extrémités de la droite à mesurer sont accessibles*, on parcourt sur le terrain une ligne polygonale aboutissant à ses extrémités, et le problème se réduit évidemment alors à trouver la distance des extrémités d'une ligne polygonale accessible, ce que nous savons faire.

90. *Si une seule des extrémités de la droite à mesurer est accessible*, on procédera au levé d'une ligne polygonale accessible $CDEFA$, *fig.* 35, aboutissant à l'extrémité A de la droite donnée, et de deux sommets C, D, de laquelle on puisse décou-

vrir l'extrémité inaccessible B de cette droite. Cela fait, il sera possible de construire, à une échelle choisie, le plan *cdefa* de la ligne polygonale et la position b du point B; de sorte qu'en prenant à l'échelle la valeur de la ligne ab, on aura en unités employées la valeur de la droite AB.

La solution la plus simple aura évidemment lieu, quand de l'extrémité accessible A de la droite donnée on pourra découvrir l'extrémité inabordable B, et que la ligne polygonale $AFED$, qu'il faudra suivre pour arriver à un autre point D d'où l'on voye B, se réduira à une droite unique.

91. Il est évident que la solution actuelle résoudrait également cet autre problème : *trouver à quelle distance on est d'un point inabordable que l'on peut ou non découvrir.*

92. Le troisième cas du problème proposé a lieu quand *les deux extrémités de la droite à mesurer sont inaccessibles.* Considérant le problème dans toute sa généralité, on procède au levé d'une ligne polygonale $CDEFG$, *fig.* 36, partout accessible, et telle que les extrémités A, B, de la droite donnée puissent être découvertes chacune de deux des sommets de cette ligne. Le plan *cdefg*, de la ligne polygonale étant tracé à une échelle choisie, on y ajoutera les positions a, b, des points A, B, obtenus par la méthode d'intersection, et prenant à l'échelle la valeur de la droite ab, on aura celle de la ligne AB en mesures employées.

Les opérations à exécuter deviennent les plus simples possible, lorsque le terrain permet de trouver deux points visibles l'un de l'autre, desquels on puisse mesurer la distance et découvrir à

la fois les deux extrémités de la droite donnée; il est clair qu'alors la solution se réduit précisément aux opérations décrites au n. 69.

93. Dans ce troisième cas, le problème résolu peut être ainsi énoncé : *trouver, à l'aide d'un goniomètre, la distance de deux points inabordables.*

IIIe. §. *Trouver, à l'aide d'un goniomètre, la plus courte distance d'un point à une droite donnée.*

94. Comme les extrémités de la droite et le point donné peuvent être ou non accessibles, on voit que ce problème offre six cas différens, lesquels se rattachent, deux à deux, à un des trois cas du problème traité dans le paragraphe précédent, comme on va s'en convaincre.

Si *le point donné est accessible*, on y placera l'un des sommets des lignes polygonales suivant lesquelles on a cheminé pour résoudre le problème mentionné; ou bien on liera ce point avec le polygone, soit par le plus simple embranchement possible levé en cheminant, soit de toute autre manière.

95. Quand *le point donné est inaccessible*, on ne peut plus le lier aux lignes polygonales par un système de lignes toutes mesurables, de sorte qu'il faut déterminer sa position par intersection, en partant, soit des sommets des lignes polygonales, soit des extrémités de la ligne droite donnée lorsqu'elles sont accessibles.

Les lignes et les angles nécessaires étant mesurés, on rapportera le tout sur un papier, et on obtiendra ainsi les positions respectives *a*, *b*, *fig.* 37, des extrémités *A*, *B*, de la droite *AB*, ainsi que

celle *m* du point donné *M*. Si donc du point *m* on abaisse sur *ab*, la perpendiculaire *mp*, sa longueur appliquée sur l'échelle à laquelle le plan aura été construit, conduira à la valeur, en unités employées, de la plus courte distance du point *M* à la droite assignée *AB*.

96. Les opérations que nous venons d'exécuter donnent aussi la solution de cet autre problème : *Une droite et un point étant donnés sur le terrain, trouver les distances des extrémités de cette droite au pied de la perpendiculaire abaissée du point assigné.* On peut en effet relever à l'échelle les valeurs des lignes *ap*, *bp*, qui représentent ces distances sur le plan.

IVe. §. *Passer, à l'aide d'un goniomètre, de la distance réciproque de deux points assignés inabordables à celle de deux autres points donnés accessibles.*

97. Ce problème est susceptible d'offrir dans la pratique trente-six cas différens. En effet, étant à un des points accessibles, il peut arriver que des trois autres points aucun, un, deux, ou tous trois soient visibles ou invisibles, ce qui ne donne que six combinaisons réellement différentes; et comme il en est de même au second point abordable, on voit qu'il y a en tout six fois six, ou trente-six combinaisons possibles.

Le cas le plus défavorable aux opérations arrive quand de chacun *des points accessibles A, B, fig.* 38, *on n'aperçoit aucun des trois autres points*, et il est évident que, la solution du problème peut être alors ramenée à celle du cas le plus favorable,

lequel résulte de l'hypothèse que, *de chacun des deux points accessibles on découvre les trois autres points*. Supposons en effet qu'à partir des points accessibles A, B, on chemine le long de lignes polygonales conduisant respectivement aux points E, F, visibles l'un de l'autre, et desquels on découvre à la fois les deux points inabordables C, D, donnés. Cela fait, il est clair que si nous parvenons à connaître EF, nous aurons facilement la distance AB des extrémités de la ligne polygonale accessible $AGHEFIB$.

Or, pour parvenir à EF par CD, il faut résoudre le problème proposé dans les circonstances les plus favorables, et on est conduit à opérer précisément comme on l'a fait au n°. 69. En effet, si aux points E, F, on mesure les angles compris entre le plan vertical de ces points et ceux qu'ils déterminent respectivement avec les points inaccessibles C, D, le plan $c'd'e'f'$ du quadrilatère $CDEF$ pourra être tracé en prenant une ligne quelconque $e'f'$ pour représenter EF, et on aura la proportion; le nombre cherché de mesures contenues dans EF, est au nombre donné de mesures contenues dans $CD = e'f' : c'd'$, et par suite la valeur de $EF = CD.\ e'f' : c'd'$:

98. Pour ne pas faire de calcul, sur une ligne cd égale CD à une échelle choisie, on construira le quadrilatère $cdef$ semblable à $c'd'e'f'$, et la ligne ef appliquée sur l'échelle indiquera la valeur de EF en mesures employées.

V^e. §. *Parvenir, à l'aide d'un goniomètre, à l'aire d'un terrain donné.*

99. Quelle que soit la forme des limites de ce terrain, on en construira le plan à une échelle suffisamment sensible, et avec le secours du goniomètre. Ce plan obtenu, *il peut se faire que la limite mentionnée décrive un polygone rectiligne, ou qu'elle existe, au contraire, suivant une courbe irrégulière fermée.*

Dans le premier cas, on décomposera le polygone en triangles, desquels on pourra obtenir la surface soit en faisant usage, comme à l'ordinaire, de leurs bases et de leurs hauteurs relevées sur le plan, soit en employant les longueurs relevés de leurs trois côtés pour calculer la formule qui donne, *la surface d'un triangle, égale la racine carrée du produit de son demi-périmètre multiplié successivement par les excès de ce demi-périmètre sur chacun de ses trois côtés.* Il sera bon de calculer l'aire cherchée en faisant usage soit de ces deux méthodes, soit de la première seulement mais appliquée à deux décompositions différentes du polygone en triangles, afin de se procurer des résultats moyens exempts d'erreur.

100. *Si la limite du terrain est une courbe fermée, rentrante sur elle-même*, on peut toujours imaginer un polygone rectiligne qui en diffère aussi peu que l'on veut. Généralement ce polygone sera en partie inscrit et en partie circonscrit; et sa surface sera plus petite que l'aire cherchée, d'une quantité égale à l'excès des segmens extérieurs sur

les segmens intérieurs compris entre le polygone et la courbe limite. Pour avoir l'aire d'un pareil segment, on *divise le côté ab du polygone, fig.* 39, *en parties égales au côté de l'are, par les points* 1, 2, 3 .... *n, et on fait la somme des perpendiculaires à ce côté* 11′, 22′, 33′..... *nn′, dont le dixième exprime en ares la surface du segment*, si *ab* égale un nombre rond de côtés d'ares, et si les portions de courbe *a*1′, 1′2′, 2′3′, ... *n′b*, peuvent être considérées comme sensiblement droites. Si *nb* n'égalait pas le côté de l'are, on n'ajouterait que la moitié de la dernière perpendiculaire *nn′* à la somme de toutes les précédentes, et on augmenterait leur dixième total de la moitié du produit de *nn′* par *nb′*, pour tenir compte du petit triangle *nn′b*.

101. La règle que nous venons d'exposer peut être étendue à une limite entièrement curviligne, comme on peut le voir facilement. Sa démonstration, d'ailleurs fort aisée à trouver, sera exposée dans notre *Traité d'arpentage*, où nous donnerons en outre la construction et l'usage de divers *Calculateurs*, instrumens servant à obtenir, sans calcul, la surface d'un terrain dont on a le plan construit à une échelle connue.

VIe. §. *Trouver, à l'aide d'un goniomètre, le point d'un terrain accessible correspondant à un point ajouté au plan de ce terrain.*

102. Les *Problèmes inverses des levés au goniomètre* se réduisent tous au problème à résoudre, lequel n'est soluble qu'autant que le terrain est accessible. Soient en effet *a, b, c, fig.* 40, les positions des

points A, B, C, du terrain représenté par une carte à laquelle on a ajouté un point x, dont il faut trouver le correspondant X sur le terrain. On estimera toujours assez bien dans quel endroit tombera ce point X, pour juger quel est celui des points connus A, B, C, dont il convient de partir pour aller le rejoindre. Supposons que l'on ait choisi le point B, il peut alors se présenter plusieurs cas ; car l'endroit où devra être situé le point cherché X sera visible de B, ou il sera invisible ; et puis il peut arriver encore que quelque obstacle s'oppose à ce que l'on puisse chaîner une ligne polygonale joignant les points B, X.

Supposons d'abord que du point B *on découvre le lieu où X doit être situé*, et que l'on puisse effectuer en ligne droite des chaînages qui y aboutissent. Alors on joindra par une droite, sur le plan, les points b, a, et on relèvera avec le rapporteur la valeur numérique de l'angle abx, par exemple. Cela fait, on arrêtera le vernier de l'alidade du goniomètre sur la division du limbe portant le nombre de degrés trouvés pour la valeur de cet angle ; on placera l'instrument, dans cet état, au point B du terrain ; et on dirigera le plan de collimation du limbe dans le plan vertical des points A, B. Alors le plan de collimation de l'alidade fera avec le plan vertical mentionné un angle égal à abx ; si donc on remarque au loin un point X' situé actuellement dans ce plan de collimation, le point X se trouvera quelque part dans le plan vertical des points B, X'. Prenant donc à l'échelle la valeur de la ligne bx pour la faire chaîner du B en X, dans la direction BX', l'extrémité X du chaînage

effectué sera évidemment le point dont x est la position.

103. *Si le lieu où doit se trouver le point cherché est invisible du point choisi pour départ*, on cheminera tout le long d'une ligne polygonale partant de ce dernier point, et aboutissant à un endroit d'où on puisse découvrir le lieu où le point cherché doit être situé. On se trouvera alors dans des circonstances semblables à celles où l'on était tout à l'heure, et l'on procédera de même.

104. Il nous reste à examiner le cas dans lequel *il est impossible d'exécuter un chaînage entre un des points donnés du terrain et le point cherché*, cas qui ne doit cependant pas exclure la faculté de pouvoir arriver à ce dernier point. Pour que le problème soit susceptible de solution, il faut que l'on puisse parvenir encore à deux points tels que B, C, desquels on découvre le lieu où le point cherché X doit se trouver. Cela étant, on joindra, sur le plan, les points a, x et b, x, et on relèvera au rapporteur les deux angles abx, bcx, par exemple, afin de pouvoir, comme on l'a fait plus haut, placer le goniomètre successivement aux points B, C, de manière que le plan de collimation de son alidade détermine les plans verticaux dont les droites ax, bx, peuvent être considérées comme les traces, lesquels doivent ainsi contenir le point cherché X. Les passages de ces plans verticaux sur le terrain étant rendus sensibles à l'aide des jalons X', X'', que l'on fichera en terre dans le lieu où X doit se trouver, il est clair qu'un jalon arrêté dans l'intersection mutuelle des deux alignemens $X'B$, $X''C$, fournira le point X qu'il s'agit de trouver.

VIIe. §. *Tracer sur le terrain, à l'aide d'un goniomètre, l'alignement correspondant à une droite ajoutée au plan de ce terrain.*

105. La solution de ce problème peut se ramener à celle du précédent. Si l'on trouve en effet les deux points du terrain correspondant à deux points choisis de la droite donnée sur le plan, il est clair qu'ils détermineront, sur le terrain, un certain alignement, qui sera la trace du plan vertical dont la droite donnée indiquait la position, et le problème sera résolu.

La manière dont nous venons d'opérer ne fournit que la direction de l'alignement cherché. Si l'on voulait en reporter les dimensions sur le terrain, il suffirait de choisir les extrémités de son plan, pour les points dont on a fait usage; les points correspondans du terrain y indiqueraient évidemment les extrémités de l'alignement cherché.

106. Le problème qui nous occupe est susceptible d'une autre solution. Désignant en effet par *xy*, *fig.* 41, la droite donnée sur le plan, et la prolongeant jusqu'à sa rencontre *r* avec la droite *ab*, position connue de l'alignement *AB*, du terrain, on relèvera, avec le rapporteur, la mesure de l'angle *bry*, par exemple; et les distances *br*, *rx*, *xy*, étant appliquées sur l'échelle, on connaîtra les longueurs des lignes de la carte topographique naturelle qu'elles doivent représenter. On fera donc chaîner de *B* vers *A*, une longueur *BR* égale à *br*, et *R* sera le point du terrain dont *r* est la position. On placera le goniomètre en ce point, après avoir mis le

zéro de l'alidade en correspondance avec la division du limbe, portant le nombre de grades trouvé pour la mesure de l'angle *bry*. On arrêtera ensuite le plan de collimation du limbe dans l'alignement des points *R*, *B*, et alors le plan de collimation de l'alidade coïncidera évidemment avec le plan vertical dont la droite donnée *xy* représente la trace horizontale, et dans lequel on pourra planter un jalon éloigné *Y'*. Cela fait, il ne reste plus qu'à chaîner dans l'alignement *RY'*, les longueurs *RX*, *XY*, égales aux mesures trouvées pour *rx*, *yx*; et les points *X*, *Y*, du terrain, seront ceux dont les extrémités *x*, *y*, de la droite donnée, sont les positions; ce qui résout complétement le problème.

VIIIe. §. *Par un point donné sur le terrain, et à l'aide d'un goniomètre, conduire un alignement dans une situation proposée, relativement à un autre alignement assigné sur le terrain.*

107. Cet énoncé général renferme évidemment ceux où *les deux alignemens doivent être soit parallèles, soit perpendiculaires l'un à l'autre*, problèmes pour lesquels on opérera toujours de la même manière.

108. Il peut se présenter trois cas dans la pratique, car l'alignement assigné *AB*, *fig.* 42, sera inabordable ou accessible en un ou deux de ses points. Dans quelque circonstance que l'on se trouve, on pourra lever le plan *ab*, *c*, de cet alignement, et du point donné *C*. On tracera ensuite sur ce plan une droite *cd*, ayant relativement à *ab*

la situation proposée, et il est clair que cette droite sera le plan de l'alignement cherché. Le problème général est ainsi ramené au précédent, et se résout de la même manière.

109. Le *tracé des canaux, des clôtures, des communications, l'ouverture des laies dans les forêts*, etc., se présentent comme les applications les plus immédiates de ce problème et du précédent.

IXe §. *Tracer sur le terrain, à l'aide d'un goniomètre, l'alignement qui joint deux points donnés invisibles l'un de l'autre.*

110. Comme il peut arriver que les points donnés soient ou non abordables, il est clair que ce problème offre généralement trois cas, qui sont du reste faciles à résoudre. On lève, pour cela, le plan *acdeb*, fig. 43, d'une suite d'alignemens *ACDEB*, aboutissant aux deux points *A*, *B*, donnés, et la droite *ab* qui, sur le levé, joint les positions *a*, *b*, de ces points, y représente évidemment la position de l'alignement à tracer.

Si donc il est possible de stationner à l'un des points *A*, *B*, au point *A*, par exemple, on relèvera l'angle *bac* avec le rapporteur, et le goniomètre, ouvert sous cet angle, servira à diriger sur le terrain un alignement *AB'* qui, prolongé suffisamment, ira passer au point *B*.

Lorsque les points *A*, *B*, sont inabordables, à la suite d'alignemens *ACDEB*, on en rattache un, tel que *DB'*, par exemple, qui aille à la rencontre de celui que l'on veut tracer. *db'* étant sa position sur le levé, on relèvera à l'échelle la distance de *d*

à la position *ab* de l'alignement, comptée suivant *db'*, et faisant chaîner ensuite sur le terrain, une longueur *DB'* de même valeur, on aura un point *B'* de l'alignement à tracer, duquel on pourra se servir comme on a fait tout à l'heure du point *A*, pour terminer la solution du problème.

111. Ces solutions sont principalement utiles quand on s'occupe du *percement des forêts*. Alors, effectivement, les positions à donner aux laies, ou aux routes, doivent presque toujours opérer les jonctions de points choisis pour l'entrée et la sortie de ces communications, si la forme du terrain, et la nature des localités, ne les désignent pas elles-mêmes.

X^e. §. *A l'aide d'un goniomètre, prolonger un alignement donné, au delà d'un obstacle bornant la vue.*

112. Deux cas peuvent se présenter à cause que, l'alignement à prolonger peut être ou non abordable. Quoiqu'il en soit, la solution du problème se réduit toujours à lier cet alignement *AB*, *fig.* 44, avec une suite d'alignemens *BE*, *EF*, *FG*, *GC'*, tournant l'obstacle, et dont le dernier *GC'* croise derrière l'obstacle, le prolongement cherché *CD*. Ayant en effet levé le plan *abefgc'*, des alignemens successifs *ABEFGC'*; le point *c* de remontre des lignes *gc'* et *cd* prolongement de *ab*, sera un des points de l'alignement. Si donc on relève sur l'échelle du plan, la valeur de la ligne *gc*, pour la faire chaîner de *G* en *C* vers *C'*, ce point *C* appartiendra au prolongement de l'alignement *AB* derrière l'obstacle.

Digitized by Google

On peut de la même manière obtenir autant de points que l'on veut du prolongement cherché.

113. S'il est possible de stationner au point *C* trouvé d'abord, on pourra y établir le goniomètre ouvert sous un angle égal à celui *gcd*, par exemple, relevé avec le rapporteur; et le plan de collimation du limbe étant arrêté dans le plan vertical du point *G*, le plan de collimation de l'alidade coïncidera avec le plan vertical du prolongement *CD*, de l'alignement *AB* donné; de sorte qu'on pourra y faire planter autant de jalons qu'on voudra, et le tracer ainsi dans une étendue plus ou moins grande.

CHAPITRE V.

DU MAGNÉTISME TERRESTRE ET DES PHÉNOMÈNES ÉLECTRO-DYNAMIQUES.

Ier. §. *Du magnétisme terrestre.*

Art. I. *Des fluides magnétiques, des aimans naturels et artificiels.*

114. Si l'on considère qu'il est toujours bon de connaître les moyens dont on veut faire usage, on nous pardonnera de donner ici comme introduction à la théorie des levés à la boussole, un résumé succinct des phénomènes magnétiques et électro-dynamiques, destiné particulièrement à ceux de nos lecteurs qui ne seraient pas encore au courant des nouvelles et importantes découvertes, dont la science vient d'être enrichie.

Les peuples de l'antiquité savaient qu'en frottant un morceau d'*ambre jaune* contre une étoffe de laine, on lui communique la vertu d'attirer à lui les petits corps légers tels que des parcelles de paille, de bois....; ils connaissaient aussi l'attraction du fer par *l'aimant*, et ces phénomènes qu'ils regardaient comme magiques (1) ont étonné

(1) Les Latins nommaient l'aimant *magnes*, mot emprunté des noms grecs μαγνητης ou μαγνητις de ce minéral, connu des Égyptiens, suivant Manéton, et que les anciens retiraient du pays de Magnésie, comme l'assure Lucrèce. C'est de ces noms

bien des siècles, avant de frapper des yeux assez perçans, pour y voir les moyens d'enchaîner la foudre (1) et de découvrir un nouvel univers.

Cette gloire était réservée aux génies qui brillèrent pendant les derniers siècles écoulés, et les physiciens de nos jours devaient couronner leurs travaux, en trouvant, par des découvertes merveilleuses, la cause unique de phénomènes si diversement multipliés et si féconds en utiles résultats.

115. Des courans de deux fluides impondérables, désignés jusqu'à ce jour sous les noms de *fluides magnétiques*, et qui ne sont réellement que les *électricités en mouvement*, circulent dans le globe terrestre ou à sa surface, et communiquent à certains corps des propriétés extrêmement remarquables, par les avantages qu'on peut en retirer. C'est principalement dans les mines de deutoxide de fer de

---

que dérivent les mots *magnétisme* et *magnétique*. Pour les vertus surnaturelles de l'aimant, voyez l'*Argonautique* d'Onomacritus ou faux Orphée, Marbodæus, et Pierre Hispanicus ou Julien, devenu pape Jean XXI. Les modernes ont cherché dans l'aimant des propriétés plus utiles, celles de faire disparaître les maux de tête, de dents, etc., par son application immédiate sur les parties malades du corps.

(1) Quelques écrivains ont voulu voir, dans le passage des *Fastes* d'Ovide relatif à Jupiter Élicius, la belle expérience du cerf-volant de l'immortel Franklin. Nous avons Ovide sous les yeu , et nous pensons qu'on soutiendrait plus raisonnablement que les insulaires des Carolines connaissaient avant nous le paratonnerre, parce qu'ils se servent en mer, pour conjurer l'orage, des aiguillons du *Fanihitassi* (Raie à cinq aiguillons), emmanchés au bout de longs bâtons, comme nous l'apprend M. Gaimard.

Suède, de Sibérie, de l'île d'Elbe et des Indes, que les courans magnétiques ou électriques terrestres exercent leur influence sur des blocs de ce minérai qu'ils transforment en *aimans*, ayant la propriété d'attirer le fer pur, son protoxide, son carbure ou acier, ainsi que le nickel et le cobalt purs.

116. A leur tour les aimans communiquent aux corps qu'ils attirent la propriété *attractive* qu'ils avaient reçue du magnétisme terrestre, et les transforment ainsi par le simple contact, suffisamment prolongé, en *aimans artificiels* qui partagent leurs propriétés. Des circonstances particulières peuvent, au reste, favoriser ou retarder cette communication, et maintenir plus ou moins de temps les corps à l'état magnétique. C'est ainsi que le fer ductile et pur perd le magnétisme aussi promptement qu'il le reçoit ; en combinant ce métal avec des corps non attirables à l'aimant, on obtient, au contraire, des composés tels que son carbure ou acier, par exemple, qui s'ils s'aimantent plus difficilement conservent aussi plus long-temps le magnétisme. Jusqu'à une certaine limite, la dureté de la trempe de l'acier influe beaucoup sur la force de l'action du magnétisme qu'il est possible de lui communiquer. Des barreaux métalliques aimantés chauffés au rouge perdent leur magnétisme, et cessent même dans cet état d'être attirables à l'aimant.

117. Le pouvoir des courans magnétiques s'étend dans l'atmosphère, où il se manifeste naturellement sur les tiges de fer qui occupent long-temps une position convenable. On a trouvé souvent des barreaux de croisée, des ustensiles, des barres de

fer dans des magasins, des croix de clocher, des verges de paratonnerre surtout, auxquels il avait communiqué des vertus magnétiques, et M. Gay-Lussac, dans son mémorable voyage aérostatique, à 6000 mètres au-dessus du sol de Paris, ne s'est aperçu d'aucune altération dans les propriétés de l'aiguille aimantée.

Art. II. *De l'aiguille aimantée, de son inclinaison et de sa déclinaison.*

118. Si l'on suspend librement dans l'espace, par leur centre de gravité, des fils métalliques aimantés, ces aimans artificiels ou *aiguilles aimantées*, affectent des directions particulières, faisant un angle tant avec l'horizon qu'avec le méridien du lieu. Le premier de ces angles se nomme *inclinaison*, et le second *déclinaison de l'aiguille aimantée;* celle-ci se compte à partir du vrai nord vers l'ouest.

Il est très-digne de remarque que dans le même endroit, et au même instant, toutes les aiguilles aimantées fournissent indistinctement les mêmes angles; et toujours le même côté d'une aiguille y affecte une même position à l'égard de la terre; tellement que s'il en est écarté il y revient par une série d'oscillations, plus ou moins longue. C'est dans ce phénomène que consiste la *propriété directrice* de l'aimant; propriété que les anciens ont ignorée, quoi qu'en disent quelques modernes (1).

(1) Lucrèce ne dit pas un mot de cette propriété merveilleuse dans son ouvrage *de Naturâ rerum*, au sixième livre du-

119. L'inclinaison et la déclinaison de l'aiguille aimantée varient suivant les lieux, et dans les lieux suivant les temps où on les y observe. Les lois de cette variation sont encore inconnues, parce que les physiciens n'ont pas à leur disposition un assez grand nombre d'observations exactes, et suffisamment variées, pour les en faire ressortir. Au reste, dans un même lieu et pendant un intervalle de temps plus ou moins court, ces angles peuvent être regardés comme invariables, et par conséquent on doit considérer comme parallèles les directions des actions magnétiques terrestres, sur tous les points de toutes les aiguilles aimantées soumises aux expériences. Ces aiguilles joueront donc le rôle d'autant de *pendules*, dont elles partageront les propriétés.

Art. III. *Des pôles des aimans et des aiguilles aimantées, et des pôles magnétiques terrestres.*

120. Ayant reconnu quels côtés d'un nombre quelconque d'aiguilles aimantées suspendues librement et individuellement, dans un endroit déter-

---

quel ce poëte s'efforce longuement à expliquer la propriété attractive de l'aimant. Pline garde le même silence dans son *Hist. natur.* On doit donc s'étonner que Vincent de Beauvais, dans son *Speculum hist.*, tom. I, lib. 8, cap. 19, et qu'Albert-le-Grand, dans son *Tract. de minéral.*, cap. 6, aient osé attribuer à Aristote un ouvrage sur les pierres, qu'on n'a pu retrouver, et où ce philosophe aurait énoncé, en termes obscurs et barbares, la propriété directrice de l'aimant. Voyez Cabæus, *de Magnete*, lib. 1, cap. 6, et Mart. Lipenius, *de Ophir. Salom. navigat.*, cap. 5, sec. 3, § 36.

miné, prennent la même position relativement à la terre, si on approche ces côtés les uns des autres, ils se repoussent, tandis que si l'on met l'un près de l'autre les côtés de ces aiguilles qui n'occupaient pas la même position dans l'espace, ils se rapprochent jusqu'au contact, et les aiguilles finissent par s'accotter l'une à l'autre, si aucun obstacle ne les en empêche. Ces expériences montrent que, *les phénomènes dus au magnétisme résultent des actions combinées de deux fluides magnétiques de nature différente*, qui ont la propriété de s'attirer mutuellement, tandis que leurs propres parties se repoussent entre elles.

121. Si l'on observe attentivement la force attractive de divers points de chaque aiguille en particulier, on reconnaît facilement qu'il en existe deux, situés vers ses extrémités, auxquels cette force est plus considérable qu'à tous les autres. On peut rendre sensible les positions de ces deux points d'une manière à la fois simple et curieuse, c'est de mettre l'aiguille sous une feuille de papier qu'on saupoudre ensuite de limaille de fer. Chaque brin de limaille se place lors de sa chute sur la feuille de papier, dans une position dépendant plus de l'attraction magnétique qui le sollicite, que de sa manière de tomber; en sorte qu'on voit la limaille se grouper autour des deux points de l'aiguille aimantée qui exercent sur elle l'action la plus énergique, et offrir l'apparence d'une série de courbes allant d'un point à l'autre pour s'y croiser mutuellement comme l'indique la *fig.* 45. Ces deux points ont reçu le nom de *pôles magnétiques de l'aiguille aimantée*; et parce que les blocs d'aimant naturel, soumis à la même

épreuve, donnent un pareil résultat, il faut en conclure que chacun des pôles d'un aimant naturel ou artificiel, est le centre d'action de l'un des deux fluides magnétiques dégagés de leur combinaison. Nous appellerons *axe* d'un aimant ou de l'aiguille aimantée, la droite qui joint leurs pôles, desquels on peut reconnaître encore les positions en cherchant le maximum du poids que peut enlever chacun des points de leur surface.

122. Le globe terrestre, eu égard à son magnétisme, doit être considéré lui-même comme un vaste aimant, dans lequel on est conduit à supposer qu'il existe deux pôles magnétiques naturels. Et parce qu'il est convenable, pour distinguer ces pôles, de leur donner la même épithète qu'à l'hémisphère terrestre dans lequel ils se trouvent; on est forcé, pour conserver l'analogie, et à cause des phénomènes indiqués plus haut, de nommer *pôle sud de l'aiguille aimantée* celui qui recherche le pôle magnétique nord de la terre, et *pôle nord de l'aiguille aimantée* celui qui se tourne au contraire vers le pôle magnétique sud de notre globe. Aussi doit-on se garder de confondre le *pôle nord* et le *côté nord* de l'aiguille aimantée, ainsi que le *côté sud* et le *pôle sud*, lesquels sont dans des situations diamétralement opposées.

L'existence des pôles magnétiques naturels de la terre acquiert plus de probabilité, par les observations que M. de Humboldt a faites du nombre d'oscillations décrites, pendant un même laps de temps, par une même aiguille aimantée transportée à diverses latitudes. Ce savant a trouvé, par exemple, qu'une aiguille aimantée qui, en 10',

exécutait sous l'équateur 211 oscillations, en faisait 245 à Paris pendant le même temps; et parce que l'action du magnétisme terrestre sur l'aiguille aimantée, considérée comme pendule, est en raison du carré du nombre d'oscillations faites pendant des temps égaux, il en résulte que l'action sur l'aiguille située à l'équateur étant représentée par 100, celle sur l'aiguille portée à Paris est 134. De pareilles observations faites à Naples et à Berlin ont donné 127 et 137 pour les valeurs respectives de l'action du magnétisme terrestre à ces deux villes. On voit donc que cette action acquiert plus d'intensité, à mesure que la latitude augmente.

Nous nommerons *axe magnétique* du globe le diamètre qui passe par ses deux pôles magnétiques.

Art. IV. *Des méridiens magnétiques, et des variations de la déclinaison de l'aiguille aimantée.*

123. La déclinaison de l'aiguille aimantée est ce qu'elle offre de plus intéressant au topographe comme au navigateur. Malheureusement cet angle est, ainsi que nous l'avons dit, sujet à beaucoup d'inconstance quand on l'observe en des lieux ou par des temps différens. Le rapprochement des observations de déclinaison faites à Paris et à Londres, montre que le côté boréal de l'aiguille aimantée, qui se trouvait d'abord à l'est des méridiens de ces capitales, s'est rapproché des plans de ces cercles où il stationnait vers 1660, pour s'en écarter ensuite de plus en plus vers l'ouest, ce qui arrive encore de nos jours. Toutefois le mouvement progressif *annuel* de l'aiguille, s'étant constamment

ralenti dans ces derniers temps, on peut présumer qu'il deviendra rétrograde, hypothèse que les observations ultérieures peuvent seules justifier.

124. On appelle *méridien magnétique* d'un lieu, le plan vertical qui y passe par les deux pôles de l'aiguille aimantée. La trace horizontale de ce plan fournit avec la méridienne du lieu, l'angle que nous avons désigné par le nom de *déclinaison* de l'aiguille aimantée. Ce plan contient évidemment l'axe magnétique du globe terrestre dont il coupe la surface suivant un grand cercle, et il est clair que la déclinaison doit être d'autant plus grande sur ce cercle, que le point que l'on en occupe est plus voisin de l'axe magnétique.

Les plus grandes déclinaisons que l'on ait observées sont de 48gr. 61′ par les 67gr. 57 de latitude australe et 104gr. 16 de longitude occidentale; de 50gr. par les 68gr. de latitude boréale entre le Groënland et le Labrador.

125. Au reste, le *mouvement annuel* de l'aiguille aimantée ne s'exécute pas d'une manière continue. Il est le résultat d'une série d'oscillations plus ou moins variée. En effet, Cassini reconnut, par des observations suivies pendant huit années, que la déclinaison augmente généralement depuis le solstice d'hiver jusqu'à l'équinoxe du printemps; alors elle diminue jusqu'au solstice d'été, augmente de nouveau depuis cette époque jusqu'à l'équinoxe d'automne, pour diminuer ensuite jusqu'au solstice d'hiver; de sorte qu'actuellement la somme des deux oscillations occidentales est toujours plus grande que celle des deux oscillations orientales.

Tous les jours même l'aiguille aimantée offre des

oscillations périodiques, désignées sous le nom de *variations diurnes*. L'aiguille marche en effet vers l'ouest depuis huit heures du matin jusqu'à une heure après midi, et rétrograde ensuite vers l'orient jusqu'à huit heures du soir pour rester stationnaire pendant toute la nuit et recommencer ses oscillations le lendemain. Ces oscillations varient suivant les lieux et les mois où elles sont observées. Ainsi à Paris elles atteignent leur *maximum* de 24 à 30′ centésimales au mois de juin, et leur *minimum* de 15 à 19′ au mois de décembre; tandis qu'à Londres, en juin et juillet, ces oscillations sont de 36′, et en décembre de 14′ seulement. A Sumatra, à Sainte-Hélène, leur valeur n'est que de 4′ à 6′.

Art. V. *Des lignes à déclinaison constante, et des lignes sans déclinaison.*

126. Puisque la déclinaison change avec les lieux et est tantôt occidentale et tantôt orientale, il existe sur la terre des lignes tout le long desquelles cet angle conserve une même valeur. On nomme *lignes sans déclinaisons* celles que forment les séries des points de la surface du globe où la déclinaison est nulle, c'est-à-dire où le méridien magnétique se confond avec le méridien géographique: si donc la terre ne contenait point de substances exerçant une action particulière sur l'aiguille aimantée, on ne rencontrerait, en parcourant l'équateur, que deux lignes sans déclinaison, savoir: les deux parties du méridien terrestre dont le plan contient l'axe magnétique du globe. Mais ces substances donnent naissance à des points isolés, et même

à des lignes plus ou moins étendues, où la déclinaison est nulle; toutefois il est manifeste, comme l'a fait remarquer M. de Humboldt, que le nombre des lignes sans déclinaison est pair. Quatre d'entre elles ont été suivies par des latitudes plus ou moins élevées, et tracées sur quelques cartes; mais comme elles changent continuellement de place et de forme, on sent qu'elles ne seront bientôt plus aux endroits que ces cartes marquent pour leur passage.

Les valeurs des déclinaisons observées à Paris et à Londres prouvent que, l'une des quatre lignes sans déclinaison passait à Paris en 1663; depuis cette époque cette ligne s'est avancée vers l'ouest, et se trouve aujourd'hui à Philadelphie. Ce qui démontre évidemment le changement de forme de cette ligne, est qu'elle passait à Londres en 1657, c'est-à-dire 6 ans avant d'arriver à Paris, à l'ouest duquel Londres est situé.

Art. VI. *De l'équateur et de la latitude magnétiques.*

127. Dans l'hémisphère septentrional, c'est généralement le côté boréal de l'aiguille aimantée, celui où est situé le pôle sud de cette aiguille, qui s'abaisse au-dessous de l'horizon; l'inverse a lieu dans l'autre hémisphère. Ce phénomène tient évidemment à l'inégalité des distances auxquelles on se trouve des deux pôles magnétiques du globe, dont le plus voisin exerce l'action la plus puissante.

Aux points également éloignés des pôles magnétiques terrestres, l'aiguille en étant sollicitée de la même manière, doit prendre et prend en effet

une situation horizontale. On nomme *équateur magnétique* la ligne que ces points décrivent à la surface du globe, et auxquels l'inclinaison de l'aiguille aimantée est ainsi nulle. Cette ligne est un grand cercle dont le plan perpendiculaire à l'axe magnétique de la terre coupait l'équateur terrestre, vers le commencement du siècle, sous un angle aigu d'environ 13gr. 43, par une longitude de 128gr. 41 à l'orient de Paris, et dont le pôle, dans notre hémisphère, était situé au Groënland par les 27gr. 78 de longitude ouest, et 86gr. 77 de latitude.

128. On appelle *latitude magnétique* d'un point quelconque de la surface de la terre, l'arc de grand cercle qui mesure la plus courte distance de ce point à l'équateur magnétique (1).

129. C'est aux pôles de l'équateur magnétique que l'action du magnétisme terrestre a le plus d'énergie; l'inclinaison doit y être à son *maximum*, c'est-à-dire, que l'aiguille aimantée doit s'y diriger suivant la verticale. Aussi a-t-on observé qu'à la surface de la terre les courbes, sur tous les points desquelles l'inclinaison de l'aiguille aimantée conserve une même valeur, sont à fort peu près parallèles à l'équateur magnétique; et que l'incli-

(1) Si la terre ne renfermait pas de substances attirables à l'aimant, les courbes de *déclinaison constante* seraient le lieu des points de sa surface pour lesquels le cosinus de la latitude magnétique serait proportionnel au sinus de la longitude géographique. Mais il en est autrement, et il paraît même que l'équateur magnétique n'est pas une courbe entièrement plane.

naison augmente à mesure qu'on s'éloigne de ce cercle. En effet, des observations, faites par 16gr. 67, 53gr. 33, 56gr. 67, et 88gr. 59 de latitude géographique, ont donné pour les inclinaisons respectives 55gr. 56, 76gr. 67, 77gr. 78, et 91gr. 11.

130. Il suit de ce qu'on vient de voir que pour qu'une aiguille aimantée, librement suspendue par son centre de gravité dans notre hémisphère, se tienne horizontalement, il faut rendre son côté austral où le pôle nord est situé, plus pesant que son côté boréal où se trouve le pôle sud, d'une quantité d'autant plus grande que la latitude du lieu est plus élevée; dans l'hémisphère austral c'est, au contraire, le côté nord de l'aiguille qui doit être lesté. L'angle que l'aiguille aimantée fait alors avec la méridienne du lieu, est justement celui que nous avons désigné sous le nom de *déclinaison*; et a été très-utile aux sciences.

Art. VII. *De l'aimantation, ou manières d'obtenir des aimans artificiels.*

131. Nous avons dit que le simple contact de l'aimant avec les corps qu'il attire, suffit pour communiquer à ceux-ci les propriétés magnétiques, pour les transformer en aimans artificiels. La puissance de pareils aimans n'est pas toujours proportionnelle à leur masse; elle dépend et de l'état des corps dont ils sont formés (n°. 116), et de la manière dont le contact a été opéré; aussi voit-on de petits aimans artificiels avoir une énergie bien plus grande que celle d'autres aimans beaucoup plus lourds.

Les physiciens ont reconnu que l'action d'un aimant naturel peut être augmentée en adaptant près de chacun de ses pôles *A*, *B*, *fig.* 46, et perpendiculairement à la ligne qui les joint, une pièce de fer doux, comme il est représenté en *m* et *n*. Les pieds *a*, *b*, de ces *armatures* acquièrent le magnétisme du pôle de l'aimant, le plus voisin; et si on leur présente un crochet *cd*, on pourra le charger d'un poids supérieur à celui que l'aimant nu supportait.

L'armature des aimans les rend encore plus propres à aimanter des barreaux métalliques par le simple contact. On voit en effet que le fluide austral *a'* du barreau *a'*, *b'*, ne sera attiré que par l'excès de l'attraction du pôle *B* sur la répulsion du pôle austral *A* de l'aimant. Au contraire, les deux fluides magnétiques du barreau *a''*, *b''*, seront séparés par une puissance plus énergique, puisque la répulsion du magnétisme austral *a*, pour le magnétisme *a''* du barreau, s'exercera suivant une direction plus ou moins oblique.

132. On a cherché depuis long-temps à modifier le contact simple, dans le but d'aimanter plus fortement des barreaux d'acier. D'abord on se borna à faire glisser d'un bout à l'autre du barreau, plusieurs fois de suite, et toujours dans le même sens, la même extrémité d'un aimant nu, ou bien l'armature qui la garnissait, en tenant l'aimant de telle sorte, que la direction de son axe magnétique fût perpendiculaire à celle du barreau. Cette méthode offre peu d'avantage sur le simple contact; car il est clair qu'à mesure que l'aimant glisse, son action détruit, aux points où

il arrive, l'effet qu'elle y avait produit quand il occupait les points antécédens; aussi ne met-on à l'état magnétique que l'extrémité du barreau que l'aimant abandonne. La méthode actuelle a d'ailleurs l'inconvénient de produire des *points conséquens*, dans le barreau, c'est-à-dire, d'autres pôles que ceux qui naturellement doivent se trouver à ses deux extrémités. Il est clair que lorsque les points conséquens sont en nombre impair, les pôles extrêmes sont de même nom, et le barreau est impropre à former une aiguille aimantée.

133. Knight imagina un mode d'aimantation préférable, et suffisant pour aimanter à saturation de petits barreaux. Il posait, bout à bout, deux aimans rapprochés par des pôles contraires, sur le barreau à aimanter, et de manière à faire occuper à chacun d'eux une moitié de sa longueur. Il faisait glisser ensuite les aimans vers les bouts du barreau, en les éloignant uniformément du milieu, et recommençait cette manœuvre représentée par la *fig.* 47, jusqu'à ce que le barreau fût aimanté à saturation. Cette méthode n'a pas, comme on voit, le défaut de la précédente, mais elle était susceptible de perfectionnement.

134. Aussi Duhamel et Antheaume imaginèrent d'établir une communication entre les deux extrémités de deux barreaux d'acier à aimanter, disposés parallèlement entre eux, et à une petite distance l'un de l'autre, par deux petits morceaux de fer doux; ils opéraient ensuite alternativement sur chacun de ces barreaux, à la manière de Knight, avec cette seule différence que les aimans, au lieu d'être couchés sur les barreaux, étaient maintenus incli-

nés, comme les représente la *fig.* 48. Les morceaux de fer doux jouent ici le rôle d'armatures et concourent à augmenter l'action des aimans, déja favorisée par l'inclinaison qu'ils conservent en glissant sur les barreaux. Duhamel se servait au lieu d'aimans naturels de faisceaux de barreaux aimantés par une quelconque des méthodes précédentes. La sienne est la meilleure de celles que l'on peut employer pour aimanter les aiguilles de boussoles, parce qu'elle a le précieux avantage de ne jamais produire de points conséquens.

135. Vers la même époque, Michel aimantait, par le procédé de la *double touche*, plusieurs barreaux d'égal équarrissage, disposés en ligne droite à la suite les uns des autres. Deux faisceaux de barreaux aimantés, liés parallèlement entre eux, et maintenus à un écartement d'environ $0^{mèt}.008$, les pôles différens en regard, étaient d'abord posés perpendiculairement sur le milieu de la longueur des barreaux à aimanter, comme il est indiqué par la *fig.* 49. Alors Michel faisait glisser, toujours d'équerre, le système des deux faisceaux aimantés vers une des extrémités de la série de barreaux, pour aller ensuite vers l'autre extrémité, et opérer ainsi une plus ou moins grande quantité de frictions alternatives. Puis, les faisceaux étant revenus au point de départ après avoir exécuté, de part et d'autre, un égal nombre de frictions, ils étaient enlevés perpendiculairement; et les barreaux se trouvaient aimantés d'autant plus fortement, qu'ils avaient occupé une position plus voisine du milieu de la série, sans pourtant être ja-

mais saturés. Canton crut perfectionner le procédé de la double touche; mais, au fond, sa méthode revient à celle de Duhamel.

136. Ce qui se passe dans le procédé d'aimantation que nous venons de décrire est fort remarquable. La série de barreaux, tant qu'elle n'est pas disloquée, ne présente que deux pôles, un à chacune de ses extrémités; mais, dès que les barreaux sont désunis, ils se trouvent tous avoir acquis deux pôles qui se manifestent instantanément, et tellement placés, que des pôles de différens noms appartiennent aux extrémités des barreaux qui étaient réunies pendant l'aimantation. Ce phénomène et celui qui résulte de l'existence des deux pôles dans tous les fragmens d'un aimant naturel ou d'un barreau aimanté que l'on brise, quelle que soit d'ailleurs la petitesse de ces fragmens, prouve que les fluides magnétiques sont développés dans chaque molécule du corps aimanté, qu'il ne s'opère de l'une à l'autre aucun échange de magnétisme.

137. Quand on voudra aimanter de forts barreaux, il sera bon de suivre la méthode d'AEpinus, qui se rapproche beaucoup de la précédente, mais qui a le défaut de donner quelquefois naissance à des points conséquens. On dispose parallèlement l'un à l'autre deux barreaux à aimanter; on établit des communications entre leurs extrémités par des aimans, et de manière que les bouts d'un même barreau aboutissent à des pôles contraires. On touche ensuite un des barreaux avec deux aimans ou deux faisceaux de barreaux aimantés, inclinés en sens contraire, sous un angle de 16 à 22 grades comme

le faisait Duhamel, mais les pôles en contact avec le barreau, séparés par un petit intervalle, ne doivent plus être éloignés l'un de l'autre; de sorte que les aimans mobiles se suivent dans le mouvement de va et vient qu'on leur donne le long du barreau touché. On voit qu'il doit se développer ici plus de magnétisme, parce que les aimans employés au lieu des morceaux de fer doux, peuvent mieux dissimuler et retenir les fluides séparés par les faisceaux glissans.

138. M. Steinhauser, lorsqu'il veut aimanter des barreaux d'acier courbés en fer à cheval, les rapproche deux à deux par leurs extrémités, de manière à former une espèce d'anneau qu'il frictionne progressivement tout autour; et, avant de séparer les barreaux, il établit une communication entre leurs extrémités particulières avec des morceaux de fer doux. Ces barreaux sont aimantés bien plus fortement si, pendant qu'on les frictionne, ils reposent sur de semblables barreaux déjà aimantés et rapprochés de même par leurs pôles contraires.

139. Le choc, la pression, la torsion, développent encore, dans des barreaux d'acier, les propriétés magnétiques. Tout le monde sait, par exemple, que les limes et autres outils de serrurerie, quand on s'en est servi quelque temps, attirent la limaille de fer. M. le capitaine Scoresby est dernièrement parvenu à aimanter un barreau d'acier tenu verticalement, en le frappant de quelques coups de marteau sur son extrémité supérieure.

140. Une décharge électrique peut aussi séparer les fluides magnétiques contenus dans l'acier à

l'état naturel. Nous reviendrons bientôt sur ce phénomène intéressant.

IIe. §. *De l'électricité en repos et en mouvement.*

Art. I. *Des fluides électriques, de leurs attractions et répulsions, de leur distribution, du pouvoir des pointes, etc.*

141. Le contact, la pression, le frottement ou l'élévation de température, troublent dans les corps, et surtout dans les métaux, l'union de deux fluides impondérables qui s'y neutralisent habituellement, et qui constituent leur *électricité*, mot dérivé du nom grec ἤλεκτρον, de l'*ambre jaune*, substance dans laquelle les anciens observèrent d'abord des phénomènes électriques. Quand les corps sont mis dans des circonstances favorables, les fluides électriques se séparent, deviennent sensibles par la manifestation de leurs propriétés, et ces corps passent à l'*état électrique*. On donne le nom de force *électro-motrice* au pouvoir qu'ont eu les agens, de séparer les deux fluides électriques combinés dans les corps à l'état naturel.

Si l'on prend à la main un tube de verre ou un bâton de résine pour les frotter avec une étoffe de laine ou mieux une peau de chat, on leur communique la propriété d'attirer à eux de petits corps légers qui, suivant leur nature, sont retenus, ou repoussés et attirés tour à tour. Cette expérience, faite avec une verge métallique, ne réussit nullement tant que celle-ci est en contact avec la main; mais, si on intercepte leur communication par plusieurs doubles d'un tissu de soie serré, les attractions se manifestent. Et comme l'expérience

réussit encore si la verge métallique est adaptée à l'extrémité du tube de verre ou d'un bâton de résine servant de manche; il faut en conclure, avec Grey, qu'il existe des substances, telles que la soie, le verre, les résines, les gommes sèches ...., qui *isolent* les corps ou s'opposent à l'écoulement de l'électricité développée, et d'autres qui, au contraire, telles que l'eau et la plupart des liquides, la chair musculaire, les substances métalliques ...., lui accordent un libre passage. Ces dernières substances sont dites *conductrices* de l'électricité, et les autres *non-conductrices*. Il existe néanmoins des substances, telles que les graisses et les cires, par exemple, qui, quoique naturellement mauvais conducteurs, conduisent bien l'électricité quand elles sont fondues.

Lorsqu'on développe l'électricité par frottement, dans l'obscurité, on aperçoit une traînée lumineuse bleuâtre qui semble se mouvoir avec les points de contact des substances frottées. Si on approche d'une partie du corps une substance électrisée, on y éprouve une sensation pareille à celle que cause la rencontre d'une toile d'araignée.

142. Quand on touche avec des corps étrangers conducteurs, des corps portés à l'état électrique, il arrive plusieurs phénomènes dont nous allons citer les principaux. Si l'on touche avec un corps conducteur un corps non-conducteur électrisé, on n'enlève à ce dernier que l'électricité répandue aux environs du point de contact, et le restant de sa surface se maintient à l'état électrique; mais si, dans cette expérience, l'électricité est d'abord accumulée sur un corps conducteur, celui-ci par-

tage, en raison des surfaces, avec tout autre corps conducteur qui vient à le toucher, toute l'électricité dont sa propre surface avait été chargée. Ainsi, le corps approché s'*électrise par communication*, s'il est lui-même isolé, et si la surface n'est pas ou considérable, ou garnie de pointes.

Dans le cas où ce corps est très-volumineux, ou, ce qui revient au même, qu'il n'est pas isolé, qu'il est en communication avec la terre, par exemple, on sent bien qu'à cause du partage qui s'opère, l'électricité libre devient insensible; aussi nomme-t-on le globe terrestre *réservoir commun*, parce qu'on regarde l'électricité développée comme s'y étant entièrement rendue, à cause de l'immensité relative de la surface qu'elle doit alors recouvrir.

Lorsque le corps conducteur mis en contact avec le corps conducteur électrisé est garni d'une ou de plusieurs pointes aiguës, l'électricité s'échappe par ces pointes pour se porter, au travers de l'air, vers les substances conductrices les plus voisines. Ce phénomène, un de ceux qui constituent le *pouvoir des pointes*, explique pourquoi il est impossible d'électriser un corps conducteur muni d'une pointe.

143. Si le corps conducteur étranger, employé dans les expériences précédentes, est terminé, vers le contact, par une surface convexe, toutes les fois que beaucoup d'électricité est d'abord accumulée sur le corps électrisé, le partage de l'électricité est précédé d'une *étincelle électrique*, lancée à distance, avec production de bruit et de lumière. La nuance et l'intensité de cette lumière dépendent de la nature des substances rapprochées, et de l'état hygrométrique et thermométrique de l'air en-

vironnant. Plus le milieu que traverse l'électricité est dense, plus est vive la lumière produite par l'étincelle. M. Davy a trouvé cette lumière très-éclatante et d'une nuance verdâtre dans la vapeur du mercure bouillant, et très-faible lorsqu'elle traverse le vide du baromètre par un froid de 30 degrés centigrades. Il paraît donc que la lumière électrique est produite, sinon entièrement, du moins en très-grande partie, par le refoulement que l'électricité opère dans le milieu qu'elle traverse.

Mais, lorsque le corps conducteur à l'état naturel est armé d'une pointe aiguë par laquelle on le met en contact avec le corps électrisé, il n'y a plus de bruit produit, et l'étincelle électrique est remplacée, soit par une gerbe ou aigrette formée d'une innombrable quantité de petites étincelles qui divergent à partir de l'extrémité de la pointe, soit par un point lumineux immobile au bout de cette extrémité. Cette aigrette et ce point lumineux s'observent encore au bout des pointes, qui laissent échapper, dans l'obscurité, les fluides électriques accumulés sur la surface des corps conducteurs dont elles font partie.

144. La lumière produite par les étincelles et les aigrettes électriques est fort agréablement employée dans les récréations physiques, pour illuminer des dessins formés par de petits morceaux de feuilles d'étain très-minces, collés tout près les uns des autres, mais sans se toucher, sur des substances isolantes, comme sur des feuilles de verre, par exemple, etc.

145. L'air et les gaz secs sont des substances isolantes, et ils jouissent de plus de la faculté de rete-

nir l'électricité à la surface des corps par la pression qu'ils y exercent. Si, en effet, on isole un corps conducteur électrisé sous la cloche d'une machine pneumatique, dès que l'air est suffisamment raréfié, l'électricité abandonne le corps, pour se porter vers les substances conductrices les plus voisines, en produisant une lueur bleuâtre. La perte de l'électricité a également lieu de la part d'un corps non-conducteur soumis à l'expérience; mais elle s'opère plus lentement, ce qui paraît indiquer une certaine attraction entre ce genre de corps et l'électricité. On appelle *tension électrique*, la résistance que l'électricité exerce contre la pression qu'elle éprouve de la part de l'atmosphère. Cette résistance est proportionnelle au carré de l'épaisseur de la couche d'électricité accumulée à la surface des corps; aussi peut-elle croître jusqu'à surpasser la pression de l'air environnant, et c'est alors que l'électricité s'élance *par explosion* au travers de l'air, vers les corps conducteurs les moins éloignés. L'air atmosphérique n'est cependant pas une substance parfaitement isolante. Quand il est chargé d'humidité, surtout, il enlève aux corps électrisés des quantités d'électricité suffisantes pour leur faire perdre l'état électrique après un laps de temps plus ou moins court.

146. Si l'on forme un *pendule électrique* en isolant dans l'espace une boule de moelle de sureau suspendue à un fil de soie très-fin, on pourra la charger d'électricité en la touchant avec un bâton de résine frotté contre une étoffe de laine, par exemple, vers lequel elle s'élance avant le contact. Dans cet état, la boule s'éloignera du bâton

de résine s'il lui est représenté à l'état électrique; mais, si l'on approche de cette boule d'autres corps électrisés, elle est attirée par quelques-uns et repoussée par d'autres; elle se porte, par exemple, vers un tube de verre poli électrisé aussi avec une étoffe de laine. Si la boule était chargée d'abord d'électricité provenant du tube de verre, l'inverse du phénomène précédent arriverait, c'est-à-dire, que ce tube repousserait la boule, comme tous les corps électrisés qui l'attiraient auparavant, tandis qu'elle serait attirée tant par le bâton de résine, que par les corps qui la repoussaient. On peut rendre plus sensibles encore les répulsions électriques à l'aide de l'*électroscope* isolé que l'on forme en attachant deux boules de moelle de sureau aux extrémités d'un même fil de lin, suspendu, par son milieu, à un fil de soie pour isoler le système. Les deux boules se touchent alors; mais, si on les charge d'électricité, on les voit s'écarter l'une de l'autre, et rester dans cette position pendant un temps plus ou moins long.

De pareils résultats, observés d'abord par Dufay, exigent que l'on admette *deux fluides électriques de nature différente, qui s'attirent mutuellement et qui se repoussent eux-mêmes*, précisément comme le font les deux fluides magnétiques n°. 120. Il est remarquable que les deux électricités se développent à la fois, et que toujours l'une d'elles s'accumule sur le corps frotté, et l'autre sur le frottoir; ce qui prouve qu'elles se neutralisaient réciproquement dans les corps à l'état naturel. Nous nommerons *électricité positive* (1) le fluide

(1) Quand nous aurons fait ressortir l'identité des électrici-

électrique qui s'accumule sur un tube de verre poli frotté contre une étoffe de laine; et *électricité négative*, l'autre fluide électrique dont on peut charger un bâton de résine, un tube de verre dépoli, par exemple, en les frottant de même avec un tissu de laine.

147. Les dénominations d'électricité *vitrée* et *résineuse*, que l'on donne aussi respectivement aux électricités *positive* et *négative*, sont inexactes. En effet, le verre, par exemple, se charge tantôt de l'une ou de l'autre électricité, suivant l'espèce de frottoir employé, et avec le même frottoir, suivant l'état de sa surface. Voici une liste de substances qui se chargent d'électricité positive quand on prend le frottoir après elles, et d'électricité négative quand ce frottoir est pris avant :

Peau de chat, verre poli, étoffe de laine, plumes, bois, papier, soie, gomme laque, verre dépoli.

148. Les deux fluides électriques sont faciles à reconnaître dans l'obscurité, quand on les fait s'échapper par des pointes conductrices. C'est le fluide électrique positif qui produit l'aigrette, et le fluide négatif le point lumineux dont nous avons parlé n°. 143.

149. L'existence des deux fluides électriques explique le phénomène que présente le développement de l'électricité, sur un corps conducteur isolé,

---

tés et des fluides magnétiques, on verra qu'il serait peut-être plus convenable de se servir de la dénomination d'*électricité boréale*, au lieu de celle d'*électricité positive* ou *vitrée*, et d'appeler *électricité australe*, l'*électricité négative* ou *résineuse*.

par l'influence du seul voisinage d'un autre corps conducteur isolé et porté à l'état électrique. Une portion de l'électricité du corps à l'état naturel est effectivement décomposée par le fluide positif, par exemple, accumulé sur le corps électrisé, qui attire vers lui une certaine quantité de fluide négatif, et repousse sur la partie opposée du corps approché la quantité correspondante de fluide positif. C'est pourquoi tout corps *électrisé par influence* cesse de donner des signes d'électricité, ou repasse à l'état naturel dès qu'on l'éloigne du corps électrisé qui s'opposait à la réunion des portions de fluides séparées. Ce dernier corps ne perd d'ailleurs rien de son électricité.

Cependant il n'en est pas ainsi quand le corps conducteur à électriser par influence est muni d'une pointe, par laquelle on le présente au corps conducteur chargé d'électricité. Dans ce cas, si cette électricité est négative, par exemple, elle attire sur la pointe l'électricité positive mise en liberté dans le corps approché, et de là cette électricité s'élance vers le corps électrisé pour entrer en combinaison avec de l'électricité négative. Il se développe donc, sur le corps armé de la pointe, une quantité d'électricité négative égale à celle neutralisée sur l'autre corps, jusqu'à ce que les surfaces de tous les deux soient couvertes d'une couche d'électricité négative d'égale tension. Les choses restent dans cet état à moins qu'on n'éloigne les deux corps l'un de l'autre. Dans ce dernier cas, l'électricité négative du corps approché, s'échappe par la pointe, ce corps passe à l'état naturel, et le corps électrisé d'abord, ne conserve plus

qu'une partie de l'électricité négative dont il était chargé. Si, sans éloigner les deux corps l'un de l'autre, on fait communiquer avec le sol celui qui est muni de la pointe, ils passent immédiatement tous les deux à l'état naturel. Les phénomènes que nous venons d'exposer sont, comme on voit encore, une suite du *pouvoir des pointes*.

150. Lorsqu'un corps conducteur peu électrisé électrise un second corps conducteur par influence, l'électricité contraire qu'il développe à l'endroit le plus voisin de ce second corps, réagit sur son électricité naturelle, qui se trouve être ainsi partiellement décomposée. A son tour, cette dernière électricité réagit sur l'électricité naturelle du second corps; de sorte qu'il s'établit ainsi une influence réciproque qui augmente la tension de l'électricité aux endroits des deux corps les plus rapprochés, jusqu'à ce que la résistance de l'air à la réunion des fluides électriques en présence soit vaincue. Comme cette influence réciproque augmente à mesure que les corps approchent du contact, si on ne les sépare que par l'interposition d'une plaque mince d'une substance non-conductrice, telle qu'une plaque de verre, de résine, un taffetas gommé, cet obstacle s'oppose à la combinaison réelle des deux électricités, qui néanmoins se neutralisent en apparence, et que l'on dit alors être *dissimulées*.

Les *condensateurs* sont tous fondés sur cette propriété. Le plus souvent, ces appareils se composent de deux plateaux métalliques, recouverts d'une couche d'un vernis résineux, sur celles de leurs faces qui doivent être mises en contact. Un des

plateaux est soutenu, par un pied conducteur, dans une position horizontale, et l'autre, que l'on pose par-dessus, est garni d'un manche isolant. Si l'on charge ce dernier plateau d'une très-faible quantité d'électricité, il électrise par influence le plateau inférieur, lequel réagit à son tour sur l'électricité naturelle du plateau qu'il supporte. Il est donc évident que, l'on parviendra à augmenter la charge primitive de ce dernier plateau, en touchant de temps en temps, avec le doigt, sa surface supérieure. Si, dans cet état, on isole tout l'appareil, l'électroscope mis en communication avec l'un ou l'autre des deux plateaux ne donne aucun signe électrique; et, cependant, si on vient à toucher alors, avec un corps conducteur, le plateau qui ne communique pas à l'électroscope, les deux boules de cet instrument s'écartent l'une de l'autre. En enlevant ensuite l'électricité de ces boules, elles se remettent en contact, et on peut les faire se repousser de nouveau, comme tout à l'heure : ce qui prouve que les électricités du condensateur se neutralisent sans être pour cela combinées entre elles. Et en effet, si on sépare les plateaux, ils sont plus ou moins chargés d'électricités contraires, que l'on peut combiner réellement en mettant ces plateaux en communication, par leurs surfaces non vernies.

151. La *balance de Coulomb* fut imaginée par le physicien de ce nom, pour mesurer l'intensité des attractions et des répulsions électriques. Cet instrument est fondé sur la propriété que possède, jusqu'à une certaine limite, un fil métallique délié, de céder à la torsion proportionnellement à la force employée pour le tordre, et de revenir ensuite à son

état primitif. A l'extrémité inférieure d'un fil de laiton vertical, tendu par un petit poids, est fixée horizontalement une aiguille de gomme laque portant à un de ses bouts une petite boule de moelle de sureau. Ce fil traverse le haut d'une cloche de verre qui recouvre le tout, et son extrémité supérieure est munie d'un index destiné à marquer, sur un cadran horizontal, les angles de torsion, concurremment avec un limbe aussi horizontal, tracé autour de la cloche de verre, pour servir à tenir compte des diverses positions de l'aiguille. La loi découverte par Coulomb est, que les intensités des attractions et des répulsions électriques sont inversement proportionnelles aux carrés des distances.

152. Quand du fluide électrique est répandu à la surface des corps, chacune de ses molécules est donc repoussée par toutes les autres en raison inverse du carré des distances qui l'en séparent. C'est d'après cette considération que l'on est parvenu à trouver, par le calcul analytique, le mode dont l'électricité se distribue à la surface des corps; mais la balance de Coulomb peut servir au même usage, en y essayant les intensités successives de portions de fluide enlevées aux divers endroits de la surface des corps, par un très-petit disque de papier doré, isolé au bout d'un bâton de résine, et que l'on nomme *plan d'épreuve*. Tous les points d'une sphère de métal électrisée livrent au plan d'épreuve une même quantité d'électricité; ainsi, la tension électrique est la même tout autour de la sphère, comme l'indique le simple raisonnement. Sur un ellipsoïde de révolution, allongé, métallique, en-

gendré par une ellipse tournant autour de son grand axe, il n'en est pas de même : la tension est la plus forte aux pôles, et la plus faible à l'équateur de cet ellipsoïde. Ces deux tensions étant entre elles dans le rapport du grand et du petit axe de l'ellipse génératrice, on voit que plus ces axes seront inégaux, et plus, aux deux extrémités de l'ellipsoïde, la tension sera puissante; de sorte qu'au-delà d'une certaine disproportion, l'électricité y vaincra la résistance de l'air, et l'ellipsoïde deviendra impropre à conserver, tant l'électricité communiquée que celle développée par influence.

Ce phénomène explique le pouvoir des pointes; car, soit pour la déperdition, soit pour la soustraction de l'électricité, ces pointes peuvent être considérées comme des portions d'ellipsoïdes suffisamment allongés, qui, les remplaçant pour la forme, donneraient les mêmes résultats.

153. Le plan d'épreuve sert aussi à constater ce fait, que l'électricité ne pénètre pas dans l'intérieur des corps; qu'elle se borne à s'étendre à leur surface en couche plus ou moins mince. Une sphère de métal creuse ne présente effectivement, à sa surface intérieure, aucun signe d'électricité.

154. Le frottement des corps n'est pas une cause exclusive du développement de l'électricité; la chaleur produit sur quelques-uns des effets analogues. On sait, depuis long-temps, que la tourmaline, soumise à une température de 40 à 100 degrés centésimaux, passe à l'état électrique; le bout à six facettes, du prisme à neuf pans suivant lequel elle cristallise, est couvert d'électricité positive, et l'électricité négative correspondante s'ac-

cumule sur l'autre bout à trois facettes. Au-delà de 100 degrés, la tourmaline repasse à l'état naturel; mais, si on la chauffe fortement, elle redevient électrique, avec cette circonstance curieuse que les électricités ont changé mutuellement de place. Si une tourmaline, portée à l'état électrique, est réduite en fragmens, chacun d'eux, quelle que soit sa petitesse, donne des signes d'électricités contraires sur deux de ses bouts opposés. Quelques autres cristaux jouissent de propriétés analogues à celles de la tourmaline, qui présente, comme on pourra voir bientôt, une répartition des électricités semblable à celle qui existe dans la pile de Volta isolée, appareil qui doit son énergie au simple contact de métaux différens.

Art. II. *Des appareils propres à développer beaucoup d'électricité, et de ceux destinés à la recueillir, tels que la* machine électrique, *la* pile de Volta, *la* bouteille de Leyde... *Des* paratonnerres.

155. On a inventé divers appareils pour développer des quantités plus ou moins grandes d'électricité, tant par le frottement que par le contact.

Le plus simple de tous est l'*électrophore*, dont on fait souvent usage; il développe l'électricité par frottement et influence. Cet appareil se compose d'un plateau ou *gâteau* de résine, et d'un disque de métal isolé au bout d'un manche de verre. Pour se servir de l'électrophore, on frappe son gâteau, à plusieurs reprises, avec une peau de chat, ce qui accumule à sa surface une certaine quantité d'électricité négative. Cela fait, on pose le disque sur le plateau, afin qu'il y soit électrisé par influence;

on neutralise le fluide négatif qui se porte à la surface supérieure de ce disque, en la touchant avec le doigt; et ce disque étant enlevé, il se trouve chargé d'électricité positive que l'on peut recueillir. Le disque remis à l'état naturel peut être rechargé d'électricité positive sans électriser de nouveau le gâteau de l'électrophore, qui servira ainsi un très-grand nombre de fois avant qu'on aperçoive une diminution dans ses effets. Le gâteau électrisé, étant couvert du disque de métal, conserve des mois entiers son état électrique dans une atmosphère sèche.

156. Otto Guéricke imagina la première *machine électrique*, dans laquelle le frottement continu d'un globe de soufre, tournant sur un de ses diamètres, dans les mains sèches d'un individu, développait l'électricité. Aujourd'hui les machines électriques sont bien mieux construites, plus commodes et considérablement plus puissantes. Elles consistent, au fond, en un plateau circulaire de verre poli, auquel on communique, par une manivelle, un mouvement de rotation autour d'un axe qui le traverse perpendiculairement à son milieu, pour le faire frotter entre des coussinets garnis de cuir et recouverts d'un amalgame sec de mercure et de zinc, connu sous le nom d'*or mussif*. Le plateau de verre se charge ainsi d'électricité positive, que des conducteurs métalliques, armés de pointes aiguës, viennent recueillir sur un de ses flancs quand il sort d'entre les coussinets, pour la conduire sur un cylindre de laiton assez volumineux, terminé à ses deux bouts par des sphères de même métal. L'électricité positive s'accumule

sur ce grand cylindre, qui sert ainsi de réservoir, où on la puise pour les différens usages. L'électricité négative qu'acquièrent les coussinets, à mesure qu'elle se développe, est ordinairement reportée dans le réservoir commun par des conducteurs disposés pour cet objet, afin qu'elle n'attire pas l'électricité positive du plateau de verre, et ne l'empêche pas de se rendre sur le réservoir cylindrique, jusqu'à ce que la pression de l'air, vaincue par la tension de l'électricité, ne permette plus qu'il s'y en accumule davantage.

Si on voulait produire de l'électricité négative, il faudrait employer des frottoirs convenables, ou faire communiquer avec le sol le plateau de verre de la machine décrite, et recueillir l'électricité de ses propres frottoirs.

157. Les physiciens du dernier siècle employèrent exclusivement les appareils électriques par frottement; mais, dès que Galvani eut découvert l'excitabilité des organes musculaires par deux métaux différens en contact, Volta enrichit la science d'un appareil bien plus énergique, et auquel la physique et la chimie modernes doivent leurs plus brillantes découvertes.

Lorsque deux métaux différens développent par leur contact une force électro-motrice, chacune des deux électricités séparées s'accumule sur l'un de ces métaux. Par exemple; si une plaque de cuivre isolée est posée contre une plaque de zinc aussi isolée, celle-ci se couvre d'électricité positive, et l'électricité négative correspondante se porte sur la plaque de cuivre. Si on charge d'électricité positive le système isolé de ces deux plaques en con-

tact, elle est d'abord employée à neutraliser l'électricité négative de la plaque de cuivre, et se répand ensuite uniformément à la surface des deux plaques; de sorte que la plaque de zinc conserve toujours, relativement à la plaque de cuivre, un excès d'électricité positive égal à celle dont elle était recouverte avant l'addition d'autre électricité. L'inverse a lieu si le système des deux plaques isolé est chargé d'électricité négative. Cela explique pourquoi, quand on met en communication avec le sol une des deux plaques du système, l'autre plaque conserve son électricité libre. Lorsque cette communication est interrompue, la plaque abandonnée reste peu de temps à l'état naturel, et reprend l'état électrique déterminé par le contact, au fur et à mesure qu'il arrive une déperdition d'électricité à l'autre plaque, déperdition qui est aussitôt réparée. La force électro-motrice de ces plaques sera évidemment annulée si on met en contact avec l'une d'elles une troisième plaque en tout pareille à l'autre; mais elle l'est encore, ainsi que l'expérience le montre, quoique les dimensions des plaques et de leurs parties en contact soient fort inégales, de sorte qu'un simple fil de cuivre, par exemple, appuyé contre une plaque de zinc, suffit pour détruire la force électro-motrice produite par le contact de cette plaque avec une autre plaque de cuivre. L'expérience prouve encore que, lorsqu'une plaque de zinc, soudée à une plaque de cuivre, communique avec une autre plaque de ce métal, par une substance conductrice n'exerçant pas d'action électro-motrice sur ces métaux, la seconde plaque de cuivre se charge

d'électricité positive, qui lui arrive de la plaque de zinc jusqu'à ce que la tension soit la même sur ces deux plaques.

158. Ces observations guidèrent Volta dans la composition de la *pile*, ou *appareil voltaïque*, qui consiste en un plus ou moins grand nombre de couples de plaques de cuivre et de zinc d'égales dimensions, soudées ensemble. Ces couples sont placés dans le même ordre, à la suite l'un de l'autre, et séparés par de l'eau acidulée, ou une dissolution saline conduisant bien l'électricité. Comme, dans chacun d'eux, la pièce de zinc doit toujours avoir p électricité positive libre de plus que la pièce de cuivre, et que celle-ci a en revanche la quantité correspondante n d'électricité négative libre de plus que la plaque de zinc, on peut se rendre facilement compte de la distribution des fluides électriques dans les divers endroits de la pile, soit isolée, soit communiquant avec le sol.

Si la pile communique avec le sol par sa plaque extrême de cuivre, celle-ci sera à l'état naturel, et la plaque de zinc, soudée avec elle, restera couverte de fluide électrique positif avec une tension p. La plaque de cuivre du second couple étant en communication avec cette plaque de zinc, prendra le même état électrique p, d'où il suit que la plaque zinc de ce second couple sera couverte d'électricité positive, ayant une tension $p+p$ ou $2p$. On verra de même que les tensions de l'électricité positive, sur les plaques cuivre et zinc du troisième couple, sont $2p$ et $3p$, ainsi de suite; en sorte que, si e est le nombre d'élémens de la pile, la tension de l'électricité positive sur la plaque extrême de

zinc est *ep*, c'est-à-dire, proportionnelle au nombre d'élémens.

Tout ce que nous venons de dire pour l'électricité positive a lieu également pour l'électricité négative, si c'est la plaque extrême de zinc de la pile qui est mise en communication avec le sol par un fil de zinc, ou une substance sans action sur ce métal. La tension de l'électricité négative au sommet de la pile est alors *en*.

159. Quand on veut se servir de l'électricité positive de la pile, on met ordinairement un fil conducteur de cuivre en communication avec la plaque extrême de zinc; cette disposition diminue donc la tension de l'électricité, à cause qu'ainsi que nous l'avons dit, l'action électro-motrice de cette plaque est détruite par le fait seul du contact du fil de cuivre. La plaque extrême de zinc est donc inutile, elle peut être enlevée sans que l'énergie de la pile diminue; et, si l'on remarque que la plaque extrême de cuivre, mise en communication avec le sol par un fil conducteur de ce métal, ne produit pas, sur la plaque de zinc adjacente, une action supérieure à celle que ce fil lui ferait éprouver, on voit que cette plaque extrême de cuivre peut être encore enlevée et remplacée par le fil conducteur. Dans cet état, la pile est composée d'un certain nombre de couples, plus, deux pièces solitaires extrêmes; et on lui donnera évidemment plus d'énergie si on l'augmente du couple qui peut être formé en soudant ensemble les deux plaques enlevées. M. Mollet s'est assuré qu'une pile construite avec cinq pièces de cuivre de *cinq centimes*, et autant de disques de zinc de même dimension, mis

simplement en contact, et non soudés, pour former des couples séparés par des rondelles de drap imbibées d'eau salée, montée comme nous venons de le dire, suffit pour produire en petit les phénomènes les plus curieux.

160. Lorsqu'une pile est isolée, il est manifeste que, tout étant symétrique de part et d'autre de ses extrémités, l'état électrique des couples qui en sont également distans, doit être le même pour les deux espèces d'électricité. Donc, si les élémens d'une pile sont tous complets et en nombre pair, le corps conducteur qui occupe alors le milieu de la pile est à l'état naturel, ainsi que les plaques adjacentes des deux élémens moyens qu'il met en communication ; d'où il suit que, la tension de l'électricité positive sur la plaque extrême de zinc ne sera pas plus considérable que celle relative à une pile composée d'un nombre sous-double d'élémens, mise en communication avec le sol; il en est de même de l'électricité négative de la plaque extrême de cuivre.

Si la pile est composée d'un nombre impair d'élémens complets, le couple qui est alors au milieu de la pile peut être considéré comme s'il était seul; d'où il suit que la plaque zinc est couverte d'électricité positive, tandis que la plaque cuivre est chargée d'une quantité équivalente de l'autre électricité. La tension, dans une pile isolée à nombre impair d'élémens complets, est donc aussi forte que si la pile, toujours isolée, avait un élément de plus. Dans tous les cas, la moitié de la longueur de la pile isolée, terminée par la plaque de cuivre, est à l'état négatif, et l'autre moitié à l'état posi-

tif. Les quantités totales des deux électricités d'une telle pile sont d'ailleurs en proportion convenable pour se neutraliser, si les actions électro-motrices venaient à cesser dans tous les élémens à la fois.

161. Il existe des manières de monter la pile de Volta différentes de celle que nous avons indiquée. La *pile à augets*, généralement employée, consiste en une auge de bois divisée transversalement en petits augets par des couples de plaques de cuivre et de zinc, isolés avec des substances non-conductrices s'opposant à la communication des augets, que l'on peut alors remplir d'eau acidulée pour mettre la pile en action. On forme l'appareil de *tasses à couronne*, en faisant plonger dans des verres pleins d'eau acidulée, les bouts de deux plaques différentes appartenant à deux couples successifs. Dans cet appareil, les plaques sont soudées par un de leurs bords, et non par une des faces, et elles sont ployées en fer à cheval. Il est nécessaire que les élémens successifs ne se touchent pas les uns les autres.

162. Après avoir décrit les appareils destinés à développer beaucoup d'électricité, il nous reste à parler de ceux qui lui servent de réservoir. La *bouteille de Leyde* n'est qu'un flacon de verre revêtu en dehors, à partir d'une certaine distance du goulot, d'une feuille mince d'étain qui en devient ainsi la *garniture extérieure*; le dedans du flacon est rempli d'une *garniture intérieure* de feuilles d'or, avec laquelle on met en communication la pointe effilée d'une tige métallique terminée par une boule à son autre bout, situé hors du flacon. Si l'on fait communiquer cette boule avec une

machine électrique ou avec une forte pile de Volta, la garniture intérieure de la bouteille se charge d'électricité positive, par exemple, qui électrise par influence la garniture extérieure, de sorte que, si celle-ci est mise en communication avec le réservoir commun, le verre du flacon permet aux électricités contraires de mieux se dissimuler, d'acquérir plus d'énergie.

163. Lorsqu'on fait communiquer par un corps conducteur les deux garnitures d'une bouteille de Leyde, elles passent à l'état naturel, et la réunion des électricités contraires est précédée d'une étincelle d'autant plus forte, que la bouteille est plus volumineuse et plus fortement chargée. Quand la réunion des électricités s'opère au travers d'une chaîne d'individus se tenant par la main, et dont les extrêmes touchent, l'un la boule de la bouteille, et l'autre la garniture, elle se fait instantanément, et tous les individus de la série éprouvent à la fois une commotion plus ou moins vive. On peut décharger une bouteille de Leyde par une suite de contacts opérés, avec un corps conducteur, alternativement sur sa tige et sur sa garniture extérieure.

Cette commotion diffère de celle que l'on éprouve quand on touche, en même temps, les deux extrémités d'une pile de Volta. Cette pile ne pouvant, en effet, rester à l'état naturel, on conçoit que la commotion qu'elle produit doit se renouveler à des intervalles fort petits et être continue.

164. Plusieurs bouteilles de Leyde, rassemblées dans une même caisse doublée intérieurement de feuilles d'étain communiquant avec les garnitures extérieures de ces bouteilles, dont les tiges sont

courbées pour se réunir en une seule, forment l'appareil que l'on appelle *batterie électrique*. On charge la batterie électrique comme la bouteille de Leyde : elle sert aux mêmes usages; mais, lorsqu'elle est volumineuse et fortement chargée, il serait imprudent de se soumettre à la commotion qu'elle produit : la mort pourrait en être le résultat.

165. Une étincelle électrique assez forte enflamme l'éther, l'alcohol, le phosphore, la poudre à canon ; elle enflamme aussi, avec détonation, un mélange de gaz hydrogène et d'air atmosphérique renfermé dans le *pistolet de Volta*, vase de forme particulière. Si l'on obtient l'étincelle avec une bouteille de Leyde, ou mieux à l'aide d'une batterie électrique, elle a assez de force pour trouer, sans gerçure ni cassure, une feuille de carton, ou une lame de verre, placées entre deux pointes émoussées conductrices et opposées. Si les deux pointes ne sont pas dans la même direction, le carton est toujours percé en face de celle qui conduit le fluide négatif, ce qui prouve que l'air résiste plus au mouvement de ce fluide qu'à celui du fluide positif (n°. 148). Si l'on met entre les deux pointes conductrices un animal vivant, il meurt à l'instant de la décharge électrique : l'étincelle a aussi la propriété de fondre des fils métalliques très-fins, etc.

166. Tous ces phénomènes suffisaient pour montrer l'analogie des effets de l'électricité et de ceux de la foudre dans les orages ; aussi le génie de Franklin vit, dans le pouvoir des pointes qu'il avait découvert, le principe de cet appareil simple et merveilleux connu sous le nom de *paratonnerre*.

Digitized by Google

Si ce physicien parvint à maîtriser la foudre, ce n'est que par hasard qu'il ne paya pas de sa vie la témérité qu'il eut de neutraliser pour la première fois, à l'aide d'un cerf-volant armé d'une pointe conductrice, le fluide électrique accumulé dans un nuage orageux (n°. 114). Romans, qui le premier en Europe répéta l'expérience de Franklin, fut plus prudent; il s'isola de la corde conductrice par laquelle le réservoir commun fournissait à la pointe électrisée, par influence, le fluide contraire à celui du nuage qui le recevait en ruisseau de feu, et passait ainsi à l'état naturel.

167. Des paratonnerres ou verges de fer armées d'une pointe aiguë de platine, élevées verticalement au-dessus d'un édifice, en nombre convenable, suffisent pour le garantir des effets ordinaires de la foudre, lorsqu'elles sont mises en communication avec un sol humide par des cordes métalliques; mais il est un autre effet de l'électricité atmosphérique qu'il est impossible de prévenir, le *choc en retour*. On explique ce phénomène en supposant qu'un individu, soumis à l'influence d'une partie d'un nuage chargé d'électricité, passe à un état électrique contraire; de sorte que, si l'action de ce nuage vient à cesser subitement par suite d'un coup de foudre parti d'un autre de ses points, il peut arriver que la combinaison de l'électricité de l'individu, avec l'électricité contraire venue du réservoir commun pour la neutraliser, se fasse avec tant de promptitude, que la mort s'ensuive.

Art. III. *Attractions et répulsions des courans électriques, ou des deux électricités en mouvement.*

168. Dès que M. OErsteed eut fait connaître, en juillet 1820, l'influence des fils conducteurs d'une pile de Volta, réunis au contact, sur la direction d'une aiguille aimantée, les regards des physiciens français se tournèrent vers ce phénomène inattendu, qui ouvrait une nouvelle carrière à leurs recherches. M. Ampère découvrit alors l'existence de courans électriques qui résultent de la décomposition et de la recomposition successive et continue de l'électricité naturelle d'une pile de Volta isolée, dont les conducteurs communiquent entre eux, ainsi que les actions que ces courans exercent les uns sur les autres. Les électricités de la pile ainsi disposée, ne se manifestent plus par les attractions et répulsions électriques que nous avons étudiées, lesquelles sont particulières à l'état de repos ou de tension de l'électricité; de sorte que sous ce rapport l'énergie de la pile la plus puissante semblerait éteinte, si les phénomènes que nous allons décrire (1) ne nous avertissaient du jeu caché de ce précieux appareil.

Dans une pile dont les fils conducteurs sont réunis, il existe deux courans, un de chaque espèce d'électricité. Ces courans sont dirigés en sens cou-

(1) Voyez, pour plus de détail et pour la manière de faire les expériences, le *Recueil d'observations électro-dynamiques, etc.*, par M. Ampère; et le *Manuel d'électricité dynamique*, par M. Demonferrand.

traire : celui de fluide électrique positif, qui est le seul pour lequel nous énoncerons les phénomènes, va toujours dans les couples de la pile, de la plaque de cuivre à la plaque de zinc, soit que tous les couples soient complets, soit que la pile se termine par des plaques solitaires. Il sera donc facile d'étendre aux courans de fluide négatif, tout ce que nous allons dire.

169. Les parties successives d'un même courant, dirigées suivant une même droite, se repoussent. Cette loi, que l'expérience démontre, est une suite de l'existence même du courant, et de la répulsion observée entre deux portions d'un même fluide électrique à l'état de tension. Si on regarde comme les côtés d'un angle de 200^{gr} les parties de la droite considérée, on trouvera une grande analogie entre la loi actuelle et la suivante.

170. Lorsqu'on oblige deux courans à parcourir des conducteurs rectilignes situés dans un même plan, ces courans s'attirent s'ils se dirigent vers le sommet de l'angle que forment les conducteurs, ou s'ils vont tous deux en s'éloignant de ce sommet. Quand rien ne s'y oppose, les conducteurs se rapprochent, et finissent par se réunir, soit que ces courans fassent partie du circuit d'une même pile, soit qu'ils appartiennent aux circuits de deux piles différentes.

Au contraire, les deux courans se repoussent si l'un se dirige vers le sommet de l'angle formé par les conducteurs, tandis que l'autre s'en éloigne.

171. L'expérience prouve encore que, les intensités de deux courans et les positions des conducteurs qu'ils parcourent étant constantes, les répul-

sions et attractions qui peuvent se développer à cause des directions diverses qu'on peut donner à ces courans, ont des valeurs égales.

172. Ces phénomènes ont lieu quel que soit l'angle des conducteurs; d'où il suit que des courans parallèles et dirigés dans le même sens s'attirent avec la même force qu'ils se repoussent quand ils se dirigent en sens contraire.

173. Deux courans qui parcourent des conducteurs rectilignes indéfinis, formant un angle gauche et libres de se mouvoir dans l'espace, font tourner ces conducteurs autour de leur plus courte distance, afin de se diriger dans le même sens; de sorte que ces conducteurs prennent des positions parallèles entre elles, et finissent par se réunir s'ils sont libres de le faire.

174. L'action de courans, dirigés par un système de conducteurs fixes, sur un courant qui suit un conducteur mobile, n'est pas troublée, si on renverse à la fois les directions de tous ces courans. Cette action se change en une action égale et contraire si les directions des courans sont renversées, soit dans le système des conducteurs fixes, soit dans le conducteur mobile seulement.

175. Les courans qui parcourent des conducteurs sinueux peu différens de la ligne droite, agissent comme si ces conducteurs étaient réellement droits.

176. L'action d'une petite portion de courant (1) équivaut à la somme des actions qu'exerceraient

(1) M. Ampère, dans un mémoire lu à l'Académie des sciences, le 10 juin 1822, a prouvé que la force qui s'exerce entre

trois autres portions de courant, situées sur trois axes rectangulaires, et égales aux projections de la portion de courant considérée sur ces axes.

177. Ces faits fondamentaux servent à expliquer tous les autres; aussi verra-t-on facilement qu'un courant terminé, situé d'un même côté d'un courant indéfini, duquel il s'éloigne à angles droits, tend à se transporter parallèlement à lui-même dans le sens de ce courant indéfini; et en sens contraire de ce courant indéfini, s'il va toujours à angles droits à sa rencontre.

En effet, d'un côté du courant terminé, l'action répulsive du courant indéfini, et, de l'autre côté, l'action attractive de ce même courant, ont des intensités égales, et sont dirigées suivant des lignes obliques symétriques, qui rencontrent le courant terminé en un même point; on peut donc décomposer ces actions chacune en deux autres, dirigées l'une parallèlement au courant indéfini,

---

deux portions infiniment petites de courans électriques donnés d'intensité, suivant la droite qui en joint les milieux, est, d'après ses expériences, nécessairement proportionnelle à la différentielle du second ordre de la racine carrée de la distance des deux portions infiniment petites, prise en faisant varier séparément et alternativement les deux extrémités de cette distance dans le sens des deux courans électriques, et divisée par la racine carrée de la même distance, et qu'en outre cette force est répulsive quand la valeur de cette différentielle est positive, et attractive dans le cas contraire. Cette loi offre pour conséquences tous les phénomènes exposés dans cet article et dans les paragraphes suivans. Elle fait voir, en outre, qu'il existe dans la nature des forces dont les actions ne sont pas analogues à celle de la gravitation universelle, et qui ont la propriété particulière de développer de la *force vive*.

et l'autre suivant la plus courte distance de ce courant au point du courant terminé, dont il vient d'être question. Les deux dernières composantes, étant égales et opposées, se détruisent, et le courant terminé n'est plus sollicité que par les deux forces parallèles au courant indéfini qui sont égales entre elles, et agissent dans le sens de la direction de ce courant si le courant terminé s'en éloigne, et en sens contraire si le courant terminé va à sa rencontre.

178. De sorte que, si le courant terminé parcourt un conducteur entièrement libre, celui-ci se transporte parallèlement à lui-même dans le sens convenable.

Si, au contraire, le conducteur que suit le courant indéfini est libre, ce conducteur avance sur lui-même en sens inverse du mouvement de translation que prendrait le conducteur terminé.

179. Si le conducteur terminé ne peut se mouvoir qu'autour d'un axe voisin d'une de ses extrémités, perpendiculaire à sa direction et à celle du courant indéfini, l'action de celui-ci communique au conducteur mobile un mouvement de rotation continu dans le sens convenable.

180. Si l'axe rencontre le conducteur mobile à son milieu, ce conducteur tourne jusqu'à ce qu'il soit parallèle au courant indéfini, et de manière que les deux courans soient dirigés dans le même sens.

181. C'est par la même raison qu'un courant qui parcourt un conducteur circulaire fixe, imprime un mouvement de rotation continu à un conducteur terminé rectiligne parallèle à son plan, si ce conducteur terminé peut se mouvoir autour de l'axe

du conducteur circulaire auquel il aboutit par une de ses extrémités.

182. Un conducteur mobile rectiligne que parcourt un courant, acquiert aussi un mouvement de rotation continu, et dans le sens convenable, quand il est parallèle à l'axe d'un conducteur fixe circulaire décrit par un second courant, et qu'il peut se mouvoir autour d'une parallèle à cet axe, de manière à décrire une surface cylindrique embrassant le centre du conducteur circulaire.

183. Un courant qui parcourt un arc de cercle quelconque, n'a aucune influence sur un courant qui suit un conducteur mobile, dont les deux extrémités aboutissent à l'axe de l'arc de cercle; ce qui s'étend au cas où le conducteur mobile est fermé.

184. Réciproquement, un courant qui suit un conducteur fermé n'a aucune action sur un conducteur circulaire mobile autour de son axe, et que parcourt un courant d'électricité, si cet axe rencontre le premier conducteur.

185. Si on oblige un courant électrique à parcourir un conducteur courbé en hélice, son action peut être considérée comme résultant de celles d'autant de courans circulaires fermés que l'hélice a de spires, dirigés dans le même sens; plus, d'un courant rectiligne dirigé suivant l'axe, et dans le sens de la marche de l'hélice.

Pour neutraliser l'action de ce dernier courant, il suffit de faire revenir le conducteur sur lui-même, le long de l'axe de l'hélice, qui sert aussi d'axe aux courans circulaires mentionnés, et on a formé alors l'appareil que l'on nomme *Cylindre électro-dynamique*.

Digitized by Google

186. Si un cylindre électro-dynamique conduit un courant, et peut se mouvoir avec liberté, il est dirigé par l'action d'un courant rectiligne indéfini fixe, de manière que les plans des courans circulaires fermés qu'il représente, soient parallèles à ce courant indéfini.

187. Lorsque la droite qui mesure la plus courte distance du courant indéfini à la direction de l'axe du cylindre électro-dynamique, rencontre ce cylindre, il y a attraction si le courant indéfini et le courant hélicoïde, dans leurs parties les plus voisines, ont la même direction.

Il y a répulsion si, dans les parties voisines du conducteur indéfini et du cylindre électro-dynamique, les courans se dirigent en sens contraire.

188. Une portion du circuit voltaïque, mobile autour d'un axe vertical passant par une de ses extrémités, tend à tourner autour de lui, toujours dans le même sens, par l'action d'un cylindre électro-dynamique, dont une des deux extrémités se trouve dans cet axe, à une petite distance de la portion mobile, quelle que soit d'ailleurs la position verticale, horizontale ou inclinée de l'axe de ce cylindre.

189. L'action mutuelle d'un très-long cylindre électro-dynamique, sur un fil conducteur de forme et de grandeur quelconques, situé près de l'une de ses extrémités, ne dépend ni de la direction de l'axe de ce cylindre, ni de la situation de son autre extrémité.

190. Les cylindres électro-dynamiques jouissent de propriétés analogues à celles des aimans. Si l'on présente, en effet, à une même extrémité d'un tel

cylindre, successivement les deux bouts d'un autre cylindre électro-dynamique, on trouve constamment qu'elle est attirée par l'un de ces bouts, et repoussée par l'autre (1).

191. Lorsque deux cylindres électro-dynamiques s'attirent ou se repoussent par deux de leurs extrémités, leurs deux autres extrémités rapprochées agissent de la même manière.

192. Aussi, lorsqu'on présente l'un à l'autre deux cylindres électro-dynamiques entièrement libres de se mouvoir, ils se rapprochent de telle sorte que leurs axes soient parallèles et que les courans aient la même direction dans les parties des spires en contact.

193. Si l'on dispose parallèlement entre eux les axes d'autant de cylindres électro-dynamiques qu'on voudra, en ayant soin de mettre du même côté tous les bouts de ces cylindres qui ont été attirés ou repoussés par une même extrémité d'un cylindre électro-dynamique choisi, on observe que les courans circulaires, dont ces appareils peuvent être supposés formés, sont tous dirigés dans le même sens, autour de leurs axes respectifs.

194. Si l'on ploie, suivant une courbe quelconque, l'axe d'un cylindre électro-dynamique d'un

(1) Les attractions ou répulsions qui peuvent exister entre deux cylindres électro-dynamiques, résultent de quatre forces, deux attractives et deux répulsives, dirigées suivant les droites qui joignent deux à deux les extrémités de ces cylindres, et en raison inverse du carré des distances entre ces extrémités. Telle est précisément la loi que Coulomb a trouvée, par expérience, pour exprimer l'action réciproque des pôles de deux aimans.

Digitized by Google

petit diamètre, de manière que les plans des courans électriques fermés de ce cylindre soient perpendiculaires à son axe actuel, l'action de cet appareil sur un élément de courant électrique sera la même que celle d'un cylindre électro-dynamique dont les courans électriques circulaires seraient de même diamètre et de même intensité, et qui aurait pour axe la droite joignant les deux extrémités de la courbe décrite par l'axe ployé.

195. Si l'axe d'un cylindre électro-dynamique est ployé en forme de fer à cheval, l'action de l'appareil tend à amener dans le plan perpendiculaire, au milieu de la droite qui joint les extrémités de cet axe, un conducteur indéfini rectiligne, mobile autour d'une ligne située dans ce même plan.

196. Lorsque l'axe d'un cylindre électro-dynamique est ployé suivant une circonférence de cercle, on obtient un *anneau électro-dynamique*. Quelque grande que soit l'intensité du courant qu'on y fait circuler, cet appareil n'exerce aucune espèce d'influence sur les courans d'électricité disposés n'importe de quelle manière.

IIIe. §. *Action de la terre sur les courans électriques.*

197. Si l'électricité atmosphérique à l'état de tension cause souvent des accidens funestes, il n'en est pas ainsi des courans électriques en mouvement autour de la terre. Nous verrons, en effet, bientôt que ces courans, dont l'existence va nous être d'abord démontrée, ne sont que les fluides magnétiques dont nous avons exposé les propriétés au commencement du chapitre.

Pour énoncer facilement les phénomènes, nous diviserons l'espace en quatre régions, par le plan méridien et le vertical qui lui est perpendiculaire.

198. Un conducteur horizontal, mobile et équilibré autour d'un axe de rotation situé parallèlement au-dessus, est écarté du plan vertical commun, et se porte, dans nos climats, vers la région intermédiaire, entre celle d'où on peut supposer que vient le courant qu'il dirige, et celle où va ce courant, en les parcourant dans l'ordre est-sud-ouest-nord-est. (179.)

De l'autre côté de l'équateur magnétique, les régions doivent être parcourues dans l'ordre inverse est-nord-ouest-sud-est.

199. Un conducteur horizontal, mobile autour d'une verticale passant par une de ses extrémités, acquiert, par la seule influence de la terre, un mouvement uniforme de rotation dans le sens est-sud-ouest-nord-est, si le courant électrique qui le parcourt est dirigé vers le centre de rotation.

Lorsque le courant émane au contraire de ce centre, le mouvement du conducteur s'effectue dans le sens est-nord-ouest-sud-est. (179.)

L'inverse a lieu dans l'hémisphère situé au delà de l'équateur magnétique du globe.

200. Un conducteur vertical, mobile autour d'un axe qui lui est parallèle, est transporté, par l'action de la terre, vers l'est de cet axe quand le courant électrique est descendant, et vers l'ouest lorsque ce courant est ascendant. (178.)

Ce phénomène a lieu sur tous les points du globe; et, dans tous les cas, le plan vertical que le conducteur et l'axe déterminent, est précisément per-

pendiculaire au plan du méridien magnétique du lieu de l'expérience.

201. Si un conducteur décrit une courbe plane fermée, et ne peut tourner qu'autour d'un axe vertical, l'action de la terre sur un courant électrique qui parcourt ce conducteur en emmène le plan dans une position perpendiculaire au plan du méridien magnétique du lieu, et telle que la direction du courant, dans la partie inférieure du conducteur, va de l'est à l'ouest.

202. L'influence de la terre sur un courant qui parcourt un conducteur dessinant une courbe fermée plane, suspendue librement dans l'espace par son centre de gravité, emmène, par un mouvement oscillatoire, le plan de la courbe dans une position à peu près parallèle à l'équateur magnétique du globe, et telle que la direction du courant, dans la partie inférieure du conducteur, va de l'est à l'ouest.

203. Des cylindres électro-dynamiques, suspendus librement, dans l'espace, par leur centre de gravité, se dirigent, à fort peu près, comme des aiguilles aimantées; et les courans, dans les parties inférieures de ces conducteurs hélicoïdes, vont de l'est à l'ouest perpendiculairement au plan du méridien magnétique du lieu, dans lequel les axes de ces cylindres se placent naturellement, après quelques oscillations. (192.)

204. Les extrémités de ces cylindres, qui occupent la même position relativement à la terre, sont précisément celles qui se repoussent. (190.)

205. Il convient donc, comme pour un aimant, d'appeler *pôle austral d'un cylindre électro-dyna-*

mique, l'extrémité de cet appareil, qui se dirige vers le nord magnétique du globe; et *pôle boréal* de ce cylindre, l'extrémité opposée, laquelle se tourne vers le sud magnétique.

Les cylindres électro-dynamiques peuvent donc être employés au lieu d'aiguilles aimantées, et servir également à s'orienter sur le globe terrestre.

206. Si, après la convention précédente, on applique aux cylindres électro-dynamiques les dénominations d'*est* et d'*ouest*, on verra que, dans tous, les courans circulaires fermés qu'ils représentent vont de l'est à l'ouest de ces cylindres.

207. Tous les effets du globe terrestre, sur les conducteurs, peuvent être imités à l'aide d'un cylindre électro-dynamique dans lequel on fait circuler un courant assez intense.

208. On reconnaît qu'un courant électrique est sollicité à se mouvoir par l'action de la terre, et non par celle des autres parties du circuit auquel il appartient, si, en renversant les communications de ce circuit avec les extrémités de la pile, le mouvement du conducteur de ce courant s'effectue en sens contraire. Le renversement opéré ne doit rien changer, en effet, à l'action mutuelle des parties du circuit. (174.)

209. L'explication la plus simple et la plus naturelle de tous les phénomènes que nous venons d'exposer, résulte de l'hypothèse qu'il existe dans notre globe, ou à sa surface, des courans électriques fermés, dont la direction moyenne suit de l'est à l'ouest le plan de l'équateur magnétique terrestre; de sorte que la terre agit sur les conducteurs de courans électriques, précisément comme le ferait

un cylindre électro-dynamique qui aurait pour axe l'axe magnétique du globe.

Cette hypothèse, que la comparaison des phénomènes énoncés dans ce paragraphe, avec ceux qui résultent des actions mutuelles des courans électriques, rend très-probable, acquerra un bien plus haut degré de certitude dans le paragraphe suivant, qui nous mettra à même de conclure, avec plus de raison, l'identité des fluides magnétiques et des électricités en mouvement.

IVe. §. *De l'action mutuelle des aimans et des courans électriques.*

210. Nous avons d'abord fait connaître l'action des aimans les uns sur les autres, et l'influence qu'ils éprouvent de la part de la terre; et, après avoir parlé de l'action réciproque des courans électriques, nous avons vu que, dans les phénomènes produits par l'influence de la terre sur ces courans, il en est d'entièrement semblables à ceux que présente l'aiguille aimantée. Pour être fondés à conclure l'identité du magnétisme terrestre et de l'électricité en mouvement, il ne nous reste donc plus qu'à rapporter les faits qui prouvent que l'action d'aimant à courant électrique est du même genre que l'action, soit des aimans, soit des courans électriques les uns sur les autres.

Pour simplifier l'énoncé des phénomènes, et par analogie avec la terre, nous supposerons que chaque aimant a son *est* et son *ouest*.

211. Une aiguille aimantée de déclinaison est déviée de la direction que l'influence de la terre lui

donne naturellement, par un courant électrique parallèle à son axe. La déviation de l'aiguille se fait toujours dans le sens convenable, pour que la direction du courant tende à aller de l'est à l'ouest de l'aiguille. Tel est le premier phénomène électro-dynamique que l'on a observé : c'est à M. OErsteed qu'en est due la découverte. (186.)

Ainsi, quand on fait passer au-dessus d'une aiguille de déclinaison un courant indéfini dirigé du sud vers le nord, le côté nord de cette aiguille est repoussé vers l'ouest. Si le courant passe au-dessous de l'aiguille aimantée, c'est au contraire vers l'est que ce côté nord est repoussé.

Lorsque le courant indéfini se dirige du nord au sud, le côté nord de l'aiguille aimantée est dévié vers l'est ou vers l'ouest, suivant que le courant passe au-dessus ou au-dessous de l'aiguille.

212. En soumettant un courant indéfini libre, à l'action d'un barreau aimanté, arrêté dans le plan du méridien magnétique, les déviations du courant ont lieu en sens inverse des précédentes.

213. Quand on présente un aimant à un conducteur libre, que parcourt un courant électrique soustrait à l'influence de la terre, ce conducteur se place perpendiculairement à l'axe de l'aimant, et de manière que le courant soit dirigé de l'est à l'ouest de cet aimant (1). (186.)

---

(1) M. Biot, pour expliquer l'action mutuelle d'un aimant et d'un courant indéfini rectiligne, suppose deux pôles dans chaque particule magnétique, et admet qu'ils sont portés, par l'action du courant, dans deux directions opposées, perpendiculaires aux plans qui joignent ces pôles à l'axe du conducteur, et en vertu de forces dont l'intensité est réciproquement

La réciproque a lieu quand l'aimant est mobile.

214. Un aimant attire un conducteur, si le courant qui parcourt ce dernier va de l'est à l'ouest de l'aimant, et si la perpendiculaire commune au conducteur et à l'axe de l'aimant, rencontre cet axe entre les pôles. (187.)

Le conducteur est repoussé, si le courant qui le parcourt se dirige de l'ouest à l'est de l'aimant.

215. Un conducteur horizontal, mobile autour d'un pivot vertical, aboutissant à une de ses extrémités, et parcouru par un courant électrique soustrait à l'influence de la terre, acquiert un mouvement de rotation continu quand on place l'axe d'un aimant dans le prolongement supérieur ou inférieur du pivot. Sur notre hémisphère, le mouvement du conducteur se fait dans le sens est-sud-ouest-nord-est, quand le pôle nord de l'aimant regarde le zénith, et dans le sens est-nord-ouest-sud-est quand ce pôle est tourné vers le nadir. (188.)

L'inverse a lieu dans l'autre hémisphère.

216. Réciproquement, si le conducteur est fixe et si l'aimant peut se mouvoir autour de son axe, disposé verticalement à un des bouts du courant électrique, cet aimant acquiert un mouvement continu de rotation en sens contraire de celui du mouvement qui se manifesterait dans le conducteur, s'il était libre de se mouvoir.

217. L'ensemble des faits que nous avons successivement exposés dans ce chapitre, suffit pour conclure l'identité, très-probable, des effets du ma-

---

proportionnelle aux plus courtes distances entre ces mêmes pôles et cet axe.

gnétisme terrestre avec ceux de l'électricité en mouvement, et pour admettre l'hypothèse de M. Ampère (1), qui regarde l'aimantation comme étant le développement, ou plutôt la régularisation des courans électriques qui existent autour de chaque molécule des corps aimantés.

218. Ces conclusions ont été vérifiées par les belles expériences de M. Arago. Ce savant a observé qu'en effet, la limaille de fer est attirée par un conducteur que parcourt un courant d'électricité très-énergique.

219. Qu'une petite aiguille d'acier, faiblement trempée, acquiert une légère aimantation par l'influence d'un courant électrique, guidé par un conducteur qui la croise à angles droits. Les pôles de cette aiguille sont tellement disposés, que les courans électriques moléculaires développés vont de l'est à l'ouest de l'aiguille dans les points les plus voisins du conducteur, et sont dirigés dans le même sens que le courant électrique.

220. M. Arago est également parvenu à aimanter des aiguilles de boussole et de petits barreaux d'acier, en les plaçant dans l'intérieur d'un cylin-

---

(1) M. Savary, notre ancien camarade au corps royal des ingénieurs-géographes militaires, a démontré, entre autres résultats, dans son beau *Mémoire sur l'application du calcul aux phénomènes électro-dynamiques*, lu à l'Académie des sciences, que, la loi de M. Ampère, appliquée aux courans électriques formant des circuits fermés, que ce physicien admet dans les aimans, reproduit les deux lois de Coulomb et de M. Biot, que nous avons rapportées, et qui n'en sont ainsi que de simples conséquences.

dre électro-dynamique, décrit par un courant d'électricité provenant d'un appareil voltaïque. M. Davy est ensuite arrivé au même résultat par la décharge d'une forte bouteille de Leyde, substituée à la pile de Volta. Dans ce cas, les pôles du barreau sont de même nom que ceux du cylindre électro-dynamique, par l'influence duquel il a été aimanté. (Voyez la *fig.* 50.)

D'après ces expériences, M. Davy a proposé d'aimanter les barreaux d'acier, en les plaçant transversalement au pied des paratonnerres, pour y être soumis à l'action même de courans d'électricité atmosphérique.

221. M. Arago a déduit de ses expériences une explication fort simple de l'existence des *points conséquens* dans les barreaux aimantés; points qu'il est parvenu à produire à volonté par son procédé d'aimantation. Il suffit pour cela de soumettre le barreau à l'influence d'un cylindre électro-dynamique formé de plusieurs hélices successives, roulées en sens contraires : chaque jonction de ces hélices produit un point conséquent.

222. Ces nouveaux moyens d'aimantation sont extrêmement précieux, et les marins en tireront sans doute de grands avantages. En même temps qu'ils expliquent comment l'influence de la foudre peut changer les pôles d'une aiguille aimantée, et causer ainsi la perte du navire dont cette aiguille sert ensuite à diriger le cours, ils donnent les moyens de reconnaître la nouvelle situation des pôles d'une aiguille après l'orage, ainsi que la faculté de lui rendre la vertu magnétique si par hasard elle l'avait perdue.

CHAPITRE VI.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES SUR LES LEVÉS A LA BOUSSOLE.

Ier. §. *Description de la boussole du topographe.*

223. L'INVENTION de la *boussole* appartient à la France; Guyot de Provins, poëte que l'empereur Frédéric Barberousse reçut à sa cour, est le plus ancien des écrivains qui parle de cet instrument merveilleux, et de l'emploi qu'en faisaient les marins français dès le douzième siècle, sous le nom de *marinière*, pour diriger leurs vaisseaux (1). Nous avons toutefois à regretter que le nom du

(1) Quelques écrivains prétendent que la boussole était connue des navigateurs de l'antiqnité; d'autres en attribuent l'invention aux Chinois, aux Arabes, etc.; des modernes veulent que Flavio di Gioja, d'Amalphi, l'ait inventée; il n'est pas jusqu'aux Anglais qui en réclament l'invention, à cause de quelques analogies phoniques, qu'ils signalent, dans des mots d'une origine ancienne et commune. Si l'on devait ici se fonder sur des preuves de ce genre, la *fleur de lis*, qui, de tout temps et chez toutes les nations, a été employée pour désigner le nord dans la boussole, ne montrerait-elle pas que les premières ont été construites en France, et ne serait-elle pas en faveur des Français un argument plus valable? Mais plusieurs historiens, tels que le cardinal Jacques de Vitry, qui vivait vers 1200, dans son *Historia Hierosolim.* cap. 49; Brunet Latini, de Florence, mort en 1294, dans son *Trésor* ou *Tesoro*, écrit d'abord en français, puis imprimé en italien, etc., ont parlé de la boussole comme étant déjà de

compatriote qui découvrit *la propriété directrice de l'aimant*, nous soit entièrement inconnu, et de ne pouvoir l'associer aux tributs d'admiration dus au génie de l'immortel Christophe Colomb, qui, grâce à la boussole, doubla l'immensité de notre univers.

Les premières boussoles étaient loin de la perfection de celles usitées de nos jours ; elles consistaient en un morceau d'aimant, ou en un barreau aimanté posés, sur un flotteur, à la surface de l'eau contenue dans un vase. Il est très-probable que, vers l'an 1302, Flavio di Gioja, d'Amalfi, imagina de soutenir un barreau ou aiguille aimantée par un pivot aigu, et ce nouveau mode de suspension perfectionna singulièrement la boussole.

Cet instrument ne fut d'abord employé que par les marins, qui bientôt fixèrent sur l'aiguille aimantée un disque de carton portant une *rose des vents*, dont la position, relativement à la longueur du vaisseau, indique la direction de la route en pleine mer. Plus tard, les topographes s'approprièrent la boussole, et la construisirent d'une manière convenable à sa nouvelle destination.

224. La boussole du topographe, dont les pièces ont été si bien combinées par les ingénieurs géographes français, est représentée en détail dans la planche 4. La vue générale de l'instrument est dessinée par la *fig.* 51, et les *fig.* 52 et 53 en offrent respectivement l'élévation du côté de la lunette, et la coupe par un plan vertical perpendiculaire au mi-

---

leur temps généralement employée par les marins français. Voyez, pour plus de détail, la *Dissertation sur l'origine de la Boussole*, par M. Dom.-Alb. Azuni.

lieu de ce côté. Les lettres se correspondent dans les trois figures considérées, qui montrent que la boussole se compose d'une aiguille aimantée *sn*, munie d'une chape d'agate *a*, par l'intermédiaire de laquelle elle est soutenue dans une situation horizontale sur la pointe d'un pivot aigu d'acier *p*, qui occupe le centre d'un limbe *LL*, de cuivre rouge, horizontal, d'environ 15 centimètres de diamètre, divisé en grades et en fractions lorsque sa grandeur le permet.

Le pivot *p*, s'élève perpendiculairement au fond *ff*, de la boussole, lequel est formé d'un disque de cuivre rouge, parallèle au plan du limbe, et lié invariablement avec lui, à l'aide de quelques vis. Ces deux pièces sont souvent embrassées par une enveloppe cylindrique *CC*, aussi de cuivre rouge, disposée comme l'indiquent les figures, et dans laquelle elles peuvent se mouvoir ensemble à frottement. La graduation des divisions du limbe *LL*, qui est écrite de 10 en 10 grades, va ordinairement de 0 à 400, et court de gauche à droite, lorsque le zéro est situé en avant de l'observateur. Autrefois on graduait les degrés de part et d'autre de la division où on mettait le zéro, de sorte qu'il y avait toujours deux endroits du limbe portant la même graduation, circonstance qui obligeait de spécifier quelle était la demi-circonférence du limbe où on avait effectué la lecture, et devenait ainsi la source de bien des erreurs.

225. Le système du limbe *LL*, de l'aiguille *sn*, du fonds *ff*, et de leur enveloppe cylindrique *CC*, est renfermé dans une boîte de bois très-sec *BBB*, ayant la forme d'un parallélipipède rectan-

gulaire, et dont le couvercle s'adapte à coulisse, comme celui d'une boîte à dominos. L'enveloppe *CC*, est fixée à la boîte *BB*, par quelques vis; et, pour empêcher que les mouvemens dont l'air de l'atmosphère peut être animé ne se communiquent à l'aiguille de la boussole, celle-ci et le limbe sont recouverts d'un disque mince de cristal *k*, qui remplit exactement l'entrée de l'encastrement cylindrique creusé dans le bloc de bois *BB*, ou mieux l'ouverture de l'enveloppe *CC*, et intercepte ainsi toute communication de l'intérieur à l'extérieur.

Il est nécessaire, comme on le verra, que le limbe avec son fond puissent pirouetter ensemble, quand on veut, soit dans l'encastrement, soit dans l'enveloppe de cuivre qui les contient. On se sert pour conduire leur mouvement, ou d'un bouton qui traverse le dessous de la boîte *BB*, par une ouverture en arc de cercle; ou d'un bouton à tête de vis, situé sous le pivot de l'aiguille, et que l'on manœuvre par-dessous la boîte, avec une espèce de clef; ou encore d'une vis sans fin parallèle au limbe, et dont la tête est indiquée en *v*, derrière une petite portion mobile du périmètre de la boîte *BB*. Cette vis sans fin, en cuivre rouge, logée dans le corps de la boîte, engrène avec des dents dont la circonférence du fond *ff* de la boussole doit être armée.

226. On peut arrêter les mouvemens de l'aiguille en enfonçant, à l'aide de la pièce de cuivre rouge *de*, une petite broche *b*, terminée en biseau, laquelle presse un des bouts du levier *m*, dont l'autre extrémité, en forme de bague, enveloppe le pivot de l'aiguille, et pousse contre la glace *k*, la

chape d'agate *a*, sur laquelle l'aiguille est montée, et l'empêche ainsi de balotter quand on transporte la boussole d'un endroit dans un autre.

Afin de pouvoir remplacer facilement le pivot *p*, s'il venait à se détériorer, on adapte à demeure au milieu du fond *ff*, de la boussole, un guide *g*, formé d'un tube cylindrique à rebords, qui passe au travers de la boîte *BB*, et vient affleurer sa surface inférieure. L'entrée du tube *g*, ouverte en écrou dans lequel se loge la tête du pivot *p*, façonnée en vis, donne à ce dernier et la position et la fixité dont il doit jouir.

227. Contre une des faces latérales de la boîte *BB*, est appliquée une simple *visière* (N°. I, 141) en bois, ou mieux, la règle *RR*, support d'une lunette plongeante *L' L'*, pivotant autour d'un axe *A*, perpendiculaire à la face de la boîte considérée, et dont l'axe optique *Oo*, peut décrire ainsi un plan vertical parallèle à cette face, ou perpendiculaire au limbe de la boussole. Cette lunette, munie d'un réticule que l'on peut mouvoir latéralement, à l'aide d'une vis de rappel *v*, est combinée avec un niveau à bulle d'air *NN*, et une portion d'un limbe particulier *ll*, comprise entre elle et la face latérale de la boîte de la boussole perpendiculairement au plan du limbe, et pouvant pivoter autour du même axe *A*, pour remplir, quand on le désire, les fonctions d'un véritable *clisimètre* (1).

228. Enfin la boussole, comme la planchette,

(1) Nous avons remplacé le nom absurde de *niveau de pente* par celui de *Clisimètre*, qui nous paraît plus expressif et avoir plus d'euphonie que les mots *clitomètre*, *éclimètre*, etc., que

repose sur un trépied topographique auquel elle est rattachée par un genou à coquilles ou mieux à deux mouvemens perpendiculaires, servant à ramener le limbe dans une situation horizontale, et à lui permettre de pirouetter ensuite autour de la verticale de son centre, ou du pivot de l'aiguille aimantée, sans quitter le plan horizontal de sa position primitive.

Le genou à coquilles est suffisant dans presque toutes les circonstances; car la manière dont sont combinées les pièces du clisimètre représenté, permet d'en faire usage lors même que cet instrument est employé pour figurer le relief du terrain, par les méthodes que nous exposerons plus tard.

IIe. §. *De la boussole du mineur, destinée à lever les plans des galeries souterraines.*

229. La boussole employée pour lever des plans souterrains, n'est pas celle dont le topographe se sert à la surface du sol : ici on ne vise plus, et l'instrument ne saurait être posé sur un trépied topographique. La boussole actuelle représentée par la *fig.* 54 consiste en un limbe *LL*, et son fond *ff*, munis d'un aiguille aimantée *sn*, mobile sur un pivot, comme à l'ordinaire. Leur système que réunit l'enveloppe ou boîte cylindrique *CC*, repose par deux petits tourillons *t*, *t'*, diamétralement opposés, sur un anneau *BB*, de cuivre, qui fait par-

---

l'on a déjà proposés. On trouvera à la fin de ce traité les moyens de vérification et de rectification du clisimètre dont il est ici question.

tie d'un support *SS*, dont le plan coupe, à angles droits, celui de l'anneau.

Les deux bouts du support sont terminés par des crochets *KK*, de sorte que, si on accroche l'instrument à un *cordeau suspenseur cc*, bien tendu, les tourillons de la boussole restent toujours horizontaux, quelle que soit la différence de hauteur des points d'attache de ce cordeau. Et comme le rayon qui passe par le zéro de la division du limbe est préalablement disposé dans le plan du support, il s'ensuit que ce rayon se place toujours dans le plan de la courbe décrite par le cordeau suspenseur, et que son écart de l'aiguille aimantée est la valeur de l'angle que fait, avec le méridien magnétique, le plan vertical passant par les points d'attache du cordeau. Ce cordeau, ou, ce qui est la même chose, le plan du support SS, tient ici lieu d'alidade, de visière, ou de lunette.

230. La boussole que nous décrivons, fait ordinairement partie d'une certaine boîte d'instrumens que l'on désigne sous le nom de *poche du mineur*; pour lui faire alors occuper moins de volume, et la serrer plus commodément dans la boîte, on adapte l'anneau BB, au support *SS*, par deux tourillons mobiles dans des collets *QQ*, de telle sorte que cet anneau peut être ramené, quand on veut, dans le plan du support, comme il est représenté par le côté droit de la figure. Une virole *v*, située au-dessous de la boîte *CC*, de la boussole, contient deux spirales de cuivre, sur lesquelles reposent deux tiges du même métal, passant librement par deux petits trous pratiqués au fond de la boussole, de part et d'autre et tout près du pivot, lequel est entouré

par un petit anneau que portent les tiges mentionnées, à leurs extrémités supérieures. Ce petit mécanisme est destiné, comme on le prévoit, à arrêter, quand on le désire, le mouvement de l'aiguille a mantée; il suffit en effet de tourner la virole pour que les spirales soulèvent le petit anneau, et pressent en conséquence la chape de l'aiguille contre le disque de cristal qui ferme l'entrée de la boîte *CC*, de la boussole.

IIIe. §. *Description de la boussole à réflexion.*

231. Les boussoles dont nous venons de parler ont besoin de supports particuliers, et nécessitent deux opérations distinctes pour le mesurage de chaque angle : la première consiste à placer la lunette ou le cordeau suspenseur dans le plan vertical dont il faut obtenir la situation; la deuxième à lire l'angle que l'aiguille indique sur le limbe. Exécuter ces deux opérations à la fois pour économiser le temps, dispenser de l'emploi de supports fixes afin de donner à l'observateur le moyen de mesurer les angles, pour ainsi dire, à la volée, en tenant l'instrument d'une main, tel a été le but que M. le capitaine Kater s'est proposé en imaginant sa boussole à réflexion, perfectionnée ensuite par M. Smalcalder.

Cet instrument se compose d'une boîte ou enveloppe de cuivre *CC*, *fig.* 55, d'environ 8 à 10 centimètres de diamètre, du fond de laquelle s'élève un pivot aigu d'acier. Sur ce pivot repose la chape d'agate d'une aiguille ou petit barreau d'acier, fortement aimanté, sur lequel est fixé un limbe

très-léger, divisé en grades et fractions quand cela est possible. Contre la paroi verticale de la boîte *BB*, est adaptée à charnière une pinnule à croisée *P*, portant un crin vertical, visible à travers un oculaire *oo*, diamétralement opposé, lié aussi à la paroi de la boîte par une charnière. Cet oculaire renferme une espèce de prisme triangulaire, débité dans une sphère de cristal, de telle sorte qu'une de ses faces latérales soit une portion de la surface de cette sphère. Cette face convexe est tournée en regard des divisions du limbe situées contre l'oculaire, et sert à les amplifier, tandis que les réfractions et la réflexion des rayons visuels dans le prisme, les font apercevoir simultanément dans la direction du crin de la pinnule.

232. Par cet artifice, il est clair qu'en dirigeant le plan de collimation de la boussole vers un point quelconque, on peut lire dans le prolongement inférieur du crin la graduation de la division du limbe voisine de l'œil, située alors dans le même plan de collimation; et connaître ainsi l'angle que fait la position actuelle de ce plan, avec le méridien magnétique. Cela exige, si l'on veut compter les angles à partir du nord vers l'ouest, que le zéro du limbe soit situé sur le côté sud de l'aiguille aimantée, et de telle manière qu'il soit exactement vu dans la direction du crin de la pinnule, lorsque le plan de collimation de la boussole aura été placé dans celui du méridien magnétique. Cette derniere circonstance existant, si le zéro ne se plaçait pas comme nous l'avons dit, ce serait une autre division qui se trouverait dans la direction du crin, et l'angle compris entre elle et le zéro,

exprimerait l'erreur, en plus ou en moins, des angles fournis par l'instrument, sur les angles formés par les directions visées et le méridien magnétique; erreur constante due à la position particulière donnée au limbe, sur le petit barreau aimanté, par le constructeur de la boussole.

233. Le prisme convexe dont nous avons parlé a été substitué par M. Smalcalder au système d'un petit miroir plan argenté, incliné de 55 grades sur le limbe, vu au travers d'un fragment de lentille double convexe, d'environ deux centimètres de foyer, dont faisait usage M. le capitaine Kater.

Il ne serait sans doute pas bien difficile de fixer le limbe sur l'aiguille aimantée, de telle sorte que l'observateur pût régler avec de petites vis leur position relative, de manière à prendre, soit le méridien magnétique, soit tout autre plan vertical assigné, pour origine exacte des angles relevés avec la boussole.

Afin de diminuer le temps nécessaire aux observations, on adapte sur les parois de la boîte un petit bouton à ressort que l'on presse à plusieurs reprises avec l'index de la main droite, tout en tenant la boussole; le derrière du bouton, buttant ainsi contre le bord du limbe, tend à diminuer le nombre et l'étendue de ses oscillations et à le faire arriver plus promptement au repos. La pinnule et l'oculaire se rabattent contre le verre de la boussole pour être renfermés dans un couvercle, qui donne alors à l'instrument l'apparence d'une boîte ordinaire, et en facilite beaucoup le transport.

IVe. §. *Des conditions auxquelles doivent satisfaire les parties d'une bonne boussole de topographe.*

234. Pour qu'une boussole de topographe soit parfaite, les diverses parties dont elle se compose doivent satisfaire aux conditions de forme et de position, que nous allons signaler et apprendre à reconnaître successivement.

La pointe du pivot de l'aiguille doit se trouver dans l'axe du limbe, ce qui a lieu lorsque ses distances, à trois points de la circonférence du limbe divisée, sont égales entre elles.

235. Le plan du limbe doit être perpendiculaire à la face latérale de la boîte de la boussole, contre laquelle s'appuie la règle support de la lunette. On reconnaît cette situation respective à l'aide d'une équerre ou d'un niveau, convenablement construits.

236. Le premier rayon du limbe, c'est-à-dire celui qui passe par l'origine de sa graduation, doit être parallèle à la face de la boîte mentionnée. Cette condition n'est indispensable que lorsqu'il s'agit de compter tous les angles fournis par la boussole, à partir du méridien magnétique; autrement, quelle que soit la situation de ce premier rayon, la boussole peut, comme on le verra, servir toujours à l'exécution des levés topographiques. Au reste le parallélisme du premier rayon et de la face latérale de la boîte de la boussole, peut être vérifié avec la même équerre qui servira à reconnaître la perpendicularité de cette face et du plan du limbe.

237. On doit apporter beaucoup de soin dans le choix des aiguilles de boussole : une condition sans laquelle ces aiguilles ne sont jamais parfaites, c'est que leurs extrémités et leur point de suspension se trouvent précisément dans le plan vertical que leurs pôles déterminent. Pour reconnaître l'existence de cette situation relative, les chapes d'agate qui reposent habituellement sur le pivot de la boussole, sont ajustées avec les aiguilles de manière à leur permettre d'être renversées sens dessus dessous, pour s'assurer si leurs extrémités correspondent aux mêmes verticales de l'espace, dans leurs deux positions contraires. On peut bien, comme nous le verrons, se servir, pour lever les plans, d'aiguilles aimantées dont les extrémités, les pôles et le point de suspension ne se trouvent pas dans un même plan vertical ; mais ces aiguilles sont impropres à donner l'orientation absolue du levé, ou, ce qui revient au même, à conduire à la valeur exacte de la déclinaison du méridien magnétique.

Comme l'aiguille aimantée, même lorsqu'elle est arrêtée dans le méridien magnétique, éprouve une espèce de balancement pour se mettre en équilibre sur son pivot, on sent la nécessité de lui donner une forme telle, que ce balancement ne retarde pas la lecture des angles observés ; c'est ce à quoi l'on arrive évidemment en courbant les deux côtés de l'aiguille, de sorte que leurs extrémités relevées se trouvent avec le point de suspension sur une même ligne droite horizontale. Cette disposition exige que le sommet du pivot occupe précisément le centre même du limbe divisé, contre lequel les pointes

de l'aiguille doivent aboutir; et, comme elle permet de donner plus de profondeur au creux de la chape, on peut la faire tourner à l'avantage de la stabilité de l'aiguille.

238. L'axe optique oO, de la lunette ou de la visière, *fig.* 56, doit décrire un plan parallèle à la face latérale bb, de la boîte de la boussole, contre laquelle s'effectue son mouvement. Pour vérifier s'il en est ainsi, on disposera horizontalement le limbe de la boussole, et on visera par la droite un point quelconque m, choisi fort loin; alors l'aiguille correspondra à une certaine division n du limbe, de sorte qu'en faisant pirouetter l'instrument, pour que la même pointe de l'aiguille indique la division diamétralement opposée à la précédente, il est de toute évidence que l'axe optique de la lunette passera en $o'O'$, à gauche de l'observateur, et se dirigera, à l'opposite de sa première position, dans un plan vertical parallèle à celui qu'il déterminait d'abord. Si donc, l'instrument restant dans sa position actuelle, on renverse la lunette sens dessus dessous, en lui faisant décrire une demi-circonférence, son axe optique o'' O'' devra se diriger vers le point de visée choisi.

Dans le cas où le second point de visée m ne serait pas identique avec le premier m, ou ne se trouverait pas situé vers la gauche, à une distance mm', égale à la largeur de l'instrument; l'axe optique oO de la lunette n'aurait pas décrit pendant son renversement une surface plane.

239. Pour rectifier alors la position de l'axe optique oO, il suffit de remarquer que, si cet axe faisait d'abord un angle quelconque avec la face latérale bb,

de la boîte, auquel cas la surface décrite par cet axe optique est un cône droit, ou plus généralement un hyperboloïde à une nappe, après le retournement de la boussole et le renversement de la lunette, l'angle mentionné se reproduit, à l'opposite de sa première situation, entre les lignes b' b', o'' O''; de sorte que le point moyen x, entre les deux points de visée se trouve évidemment dans le plan vertical du pivot p, parallèle aux deux positions successives et parallèles bb, $b'b'$, de la face latérale de la boîte considérée. Si donc, en tournant la vis du réticule de la lunette, on fait mouvoir le fil vertical jusqu'à ce qu'il passe par la direction de l'image du point moyen x, estimé; ou, plus exactement, jusqu'à ce que ce fil corresponde à un point situé à gauche de x, d'une quantité égale à la demi-largeur de la boîte de la boussole, si le point m n'est pas fort éloigné, et si l'on vise par la gauche, il est de toute évidence que l'axe optique o'' O'', de la lunette sera ramené parallèlement à la face b' b', de la boîte de la boussole, ce qu'il fallait exécuter. Pour s'assurer si la rectification est parfaite, on la recommencera et on la terminera par le même procédé, s'il est nécessaire.

240. La dernière condition à laquelle doit satisfaire une boussole est que la gradation du limbe coure de gauche à droite, lorsque l'origine est située en avant de l'observateur, et que la lunette se trouve à sa droite et lui présente l'oculaire. Cette disposition n'a d'autre objet que celui de faire lire immédiatement la valeur des angles fournis par la boussole dans le sens nord-ouest-sud-est-nord.

V°. §. *Usage de la Boussole pour obtenir la position d'une direction quelconque relativement au méridien magnétique, et réciproquement.*

241. La boussole du topographe satisfaisant aux conditions que nous avons signalées dans le précédent paragraphe, disposons son limbe horizontalement, et ramenons son premier rayon, où se trouve l'origine de sa graduation, sous la pointe nord de l'aiguille aimantée. Dans cette situation, tout rayon visuel que dirigera la lunette sera évidemment parallèle à la direction de l'aiguille; ainsi les points du terrain situés dans le plan de collimation de l'instrument, ou qui pourront être saisis par l'axe optique de la lunette, plongeant ou non, appartiendront tous à un même plan vertical, parallèle au méridien magnétique de l'aiguille aimantée.

Faisons pirouetter maintenant la boîte de la boussole sur le plateau du genou, de manière que la lunette aille rechercher immédiatement des points du terrain situés à l'ouest de la première position du plan de collimation parallèle au méridien magnétique, ainsi que nous l'avons dit. Le limbe de la boussole sera entraîné pendant le mouvement; et comme la direction de l'aiguille aimantée restera stationnaire, il s'ensuit que l'origine de la graduation du limbe et son premier rayon se placeront à l'ouest de l'aiguille, de telle sorte que, l'angle compris entre la nouvelle position du plan de collimation et sa position précédente parallèle au méridien magnétique du pivot de la boussole, sera évi-

demment indiqué par le nombre que portera la division du limbe placée actuellement sous la pointe nord de l'aiguille aimantée. En effet, le premier rayon du limbe ayant été supposé, d'après la construction de la boussole, parallèle au plan de collimation de la lunette, toutes les fois que ce rayon s'écartera d'un grade à l'ouest ou vers la gauche de l'aiguille aimantée ou du méridien magnétique, le plan de collimation sera entraîné, et s'écartera aussi d'un grade, du même côté, de sa première direction. Mais comme la graduation du limbe court, par hypothèse, dans le sens inverse de son mouvement actuel, il est évident que le nombre total de grades parcourus par le plan de collimation de la lunette arrêtée dans une position quelconque, compté, vers l'ouest et à partir du nord magnétique, sera justement indiqué par le nombre correspondant à la division du limbe emmenée sous la pointe nord de l'aiguille aimantée. On aura donc ainsi l'angle que fait le plan de collimation de la lunette, situé d'ailleurs verticalement, avec le plan vertical parallèle au méridien magnétique du pivot de la boussole, passant par la position primitive de l'axe optique de la lunette.

242. Ce qui précède étant bien compris, et se souvenant qu'il a été remarqué que les méridiens magnétiques peuvent être considérés comme sensiblement parallèles entre eux dans toute l'étendue d'un levé topographique, il est clair qu'on obtiendra l'angle formé par le plan vertical d'une direction *SG*, *fig.* 57, avec les méridiens magnétiques, en plaçant le limbe de la boussole horizontalement, et de manière que l'axe optique de la

lunette, dirigée vers G, passe par la verticale du point de station S, et soit situé dans le plan vertical mentionné. En effet, dans cette position, l'angle que le plan de collimation de la lunette, qui n'est que le vertical de SG, forme avec le méridien magnétique de l'aiguille aimantée, et par suite aussi avec le méridien magnétique du point S, est égal au nombre de grades cotés sur la division du limbe placée actuellement sous la pointe nord de l'aiguille aimantée, puisque ce dernier nombre de grades est la mesure de l'angle ocn, égal à l'angle cherché GSN.

243. Ainsi, *toutes les fois que la direction du méridien magnétique SN, sera donnée sur une carte, on pourra ajouter à cette carte le plan d'une direction observée SG*, en traçant une ligne qui fasse, avec le côté nord de la direction du méridien magnétique et vers l'ouest, l'angle fourni par la boussole. Réciproquement, *lorsque la direction SG, d'un objet sera donnée sur une carte, on pourra ajouter à cette carte la direction SN, du méridien magnétique*, en traçant une ligne qui fasse, avec la direction de l'objet, l'angle fourni par la boussole, compté en sens inverse du précédent ou de l'ouest vers le nord, et à partir du *dernier point* de la direction donnée, c'est-à-dire du point de cette direction opposé à celui auquel l'observation aura été faite.

VIe. §. *De l'influence de l'excentricité de la lunette des boussoles ordinaires sur la valeur des angles fournis par ces instrumens.*

244. Il est clair que, pour suivre le mode d'ob-

servation précédemment indiqué, dans le cas où l'on aurait plusieurs directions à prendre d'un même point de station, il faudrait déranger le pied de la boussole à chaque fois; sans quoi l'axe optique de la lunette quitterait la verticale du point mentionné, lorsqu'on voudrait obtenir des directions autres que celle pour l'observation de laquelle on aurait disposé l'instrument. Cet inconvénient provient de l'excentricité de la lunette des boussoles, c'est-à-dire, de ce que l'axe optique se trouve à une distance plus ou moins grande de la verticale du centre du limbe et du pivot de l'aiguille aimantée, verticale, autour de laquelle s'opère ordinairement le mouvement de rotation horizontal de la boussole, sur le plateau du genou.

Cependant, comme il serait fastidieux de disposer la boussole d'une manière convenable pour chaque direction à observer, ce qui d'ailleurs occasionerait une grande perte de temps, nous allons examiner s'il n'est pas facile de déduire les angles cherchés, de ceux fournis par la boussole, lorsqu'on place suivant la verticale du point de station son axe de rotation sur le genou, au lieu de faire passer l'axe optique de la lunette par cette verticale.

245. Soit *SN fig.* 58, la trace du méridien magnétique du point de station *S*, et *SG* la direction à relever; ou, ce qui est la même chose, supposons que *SG* soit la trace d'un plan vertical, faisant avec le méridien magnétique un angle *GSN* dont il s'agit d'obtenir la valeur.

On a vu qu'en dirigeant la lunette de la boussole vers *G*, son plan de collimation, dont *LG'G* représente la trace, fait avec le méridien magnétique *SN*

du point de station, un angle $GG'N$, égal à oSn, c'est-à-dire au nombre n de grades qu'indique, sur le limbe de la boussole, la pointe nord de l'aiguille aimantée. Cela posé, le triangle SGG' donne de suite, angle cherché GSN = angle observé $GG'N$ — angle SGG'; ainsi la valeur de l'angle cherché est constamment moindre que celle de l'angle fourni par la boussole; mais la quantité dont elle en est surpassée, est toujours très-petite lorsqu'on se sert de la boussole dans les levés topographiques.

En effet, si l'on nomme e, l'excentricité SL de la lunette de la boussole, et d, la distance SG du point de station au point visé G, le triangle rectangle SLG donne, sin. $SGL = \frac{e}{d} R$, le rayon des lignes trigonométriques étant R. Il résulte de là que, *l'erreur d'excentricité*, c'est-à-dire, l'angle SGL ou SGG' = l'arc qui a pour sinus $\frac{e}{d} R$, expression dans laquelle la fraction $\frac{e}{d}$ est fort petite.

246. Pour acquérir la certitude que la valeur de l'erreur d'excentricité peut être négligée dans nos opérations, il suffit de calculer la formule précédente, pour diverses distances du point G au point de station, et pour l'excentricité moyenne de $0^{\text{mèt.}},1$; ce qui réduit cette formule à SGG' = arc $\left(\text{sin.} = R\frac{1^{\text{mèt.}}}{10\,d}\right)$, où la distance d doit être exprimée en mètres. Opérant, on forme ce tableau :

Distance des points observés.	Erreur d'excentricité.	Distance des points observés.	Erreur d'excentricité.
$50^{\text{mèt.}}$	1273''	$200^{\text{mèt.}}$	318''
100	637	250	254
150	424	300	212

Distance des points observés.	Erreur d'excentricité.	Distance des points observés.	Erreur d'excentricité.
350mèt.	182''	1500mèt.	42''
400	159	2000	32
450	141	3000	21
500	127	4000	16
1000	64	5000	13

Il faut conclure de ces résultats exprimés en secondes centésimales, que *l'on peut, sans erreur sensible, obtenir les angles des directions avec le méridien magnétique, en plaçant l'axe de rotation de la boussole verticalement au-dessus du point de station.* Si l'on compare en effet ces valeurs de l'erreur d'excentricité, avec celles des variations diurnes de la d. clinaison de l'aiguille aimantée, rapportées (125), et qui à Paris oscillent entre 900 et 3000 secondes centésimales, on voit que ces variations ont une influence beaucoup plus considérable et à laquelle, cependant, les topographes n'ont jamais songé à se soustraire dans leurs opérations.

VIIe. §. *Usage de la boussole pour obtenir la position d'une direction quelconque relativement à un système de plans verticaux parallèles au méridien terrestre d'un lieu assigné, ou encore dont la direction est donnée à l'égard du méridien magnétique de ce lieu.*

247. Nous avons supposé, dans le 5e. §, que le premier rayon du limbe de la boussole était parallèle au plan de collimation de la lunette, et alors nous comptions les angles fournis par l'instrument vers l'ouest, et à partir du nord du mé-

ridien magnétique, pris pour premier vertical; mais on a, sans doute, pressenti que cette condition n'est pas indispensable. Quelle que soit en effet la position du premier rayon du limbe, *co*, *fig.* 59, relativement à l'axe optique o*O* de la lunette, on peut toujours l'amener sous la pointe nord de l'aiguille. Cela fait, le plan de collimation occupera une certaine position *SG*, déterminée dans l'espace, et il est évident que, c'est à partir du plan vertical qui coïncide avec cette position du plan de collimation, que les angles fournis par la boussole seront comptés, dans le sens nord-ouest-sud-est-nord.

248. Cela compris, il n'est pas moins évident, comme le montre la figure, que *la graduation* n *de la division du limbe, située sous l'index de la position du rayon* cn, *parallèle au plan de collimation* oO, *de la lunette, est la mesure du* supplément à 400$^{gr.}$, *de l'angle* NsG, *que fait le premier vertical* SG, *origine actuelle des angles, avec le méridien magnétique, compté à partir de ce méridien dans le sens convenu, nord-ouest-sud-est-nord.*

Supposons, pour appliquer cette règle, qu'il faille mettre l'origine des angles à 337$^{gr.}$ nord-ouest-sud-est-nord du méridien magnétique. Le supplément à 400$^{gr.}$, de l'angle donné, étant 63$^{gr.}$, il suffira, pour remplir la condition imposée, de tourner le limbe dans la boîte de la boussole, jusqu'à ce que la division graduée 63 corresponde exactement à l'index de la position du rayon parallèle à l'axe optique de la lunette.

249. Il est évident, par ce qui précède, que, *si l'on voulait compter les angles des directions à*

partir du méridien terrestre d'un lieu déterminé, comme le pratiquent toujours les ingénieurs géographes du dépôt général de la guerre, il faudrait rendre parallèle au plan de collimation de la lunette de la boussole, le rayon de son limbe aboutissant à la division affectée du nombre de grades, valeur de l'angle compris entre le méridien magnétique et le méridien terrestre du lieu assigné, compté du méridien magnétique dans le sens nord-est-sud-ouest-nord.

Ainsi, par exemple, sachant qu'à Paris la déclinaison de l'aiguille aimantée est maintenant occidentale, et égale à $24^{gr},9070$; il s'ensuit que ce nombre de grades est la mesure de l'angle que fait à Paris de nos jours le méridien terrestre avec le méridien magnétique, compté du nord de celui-ci, dans le sens nord-est-sud-ouest-nord. On ramènera donc conformément à ce qui a été dit, le rayon qui passe par les $24^{gr},9070$ du limbe, sous l'index de la position du rayon parallèle au plan de collimation de la lunette, et alors la boussole fournira des angles qui devront être comptés à partir du nord du vrai méridien, pris pour premier vertical, dans le sens nord-ouest-sud-est-nord.

VIIIe. §. *Comment on peut obtenir, avec la boussole, la position d'une direction quelconque, relativement à un système de plans verticaux parallèles au plan vertical de deux objets donnés sur le terrain, ou qui font avec ce plan un angle donné. Emploi des méridiens terrestres.*

250. Supposons qu'au lieu de compter les angles fournis par la boussole à partir du méridien magnétique, *on prenne pour leur origine des plans verticaux parallèles à celui déterminé par deux objets terrestres donnés S, G, fig.* 59, lequel devient ainsi notre *premier vertical*. Il est clair qu'il suffit, pour remplir cette condition, d'emmener l'axe optique oO de la lunette de la boussole, dans le plan vertical SG, de ces deux objets, et de tourner ensuite le limbe dans sa boîte jusqu'à ce que le zéro de la graduation se trouve alors indiqué par la pointe nord de l'aiguille aimantée. La position définitive du limbe sera telle en effet, que, toutes les fois que le zéro sera situé sous la pointe nord de l'aiguille aimantée, l'axe optique de la lunette sera parallèle au premier vertical des deux objets terrestres assignés. Il est clair encore qu'ainsi qu'il a été remarqué (248), le nombre n, graduation du rayon du limbe parallèle à l'axe optique de la lunette, est égal au supplément à 400 grades de l'angle que fait, avec le méridien magnétique, le premier vertical assigné.

251. Il suit de là que, si, par un procédé quelconque, on est d'abord parvenu à tracer sur le terrain le méridien terrestre d'un lieu déterminé,

on pourra prendre ce méridien pour origine des angles ou pour premier vertical, en opérant dans son plan, comme nous venons de l'enseigner.

Le nombre n de la graduation du limbe, porté par le rayon parallèle à l'axe optique de la lunette, après l'opération, sera, d'après la remarque précédente, la valeur du supplément à 400gr. de l'angle que fait le méridien terrestre avec le méridien magnétique, compté, à partir de celui-ci, dans le sens nord-ouest-sud-est-nord. *Ce nombre sera donc la valeur de la déclinaison de l'aiguille aimantée, que ce que nous venons de dire offre ainsi un moyen d'obtenir.*

Nous faisions usage du procédé expliqué pour régler, tous les ans, les boussoles dont messieurs les élèves de l'École d'application du corps royal d'État-major devaient se servir. Ces instrumens étaient transportés à la mire sud de l'Observatoire de Paris, où on les mettait successivement en station. L'axe optique de la lunette de chaque boussole étant ramené dans le plan du méridien terrestre de l'Observatoire, on tournait le limbe dans la boîte jusqu'à ce que le zéro de la graduation fût indiqué par la pointe nord de l'aiguille aimantée. Cela fait, nos instrumens étaient réglés pour compter les angles observés à partir du vrai nord, *dans les environs de Paris;* et, si les index des rayons parallèles aux plans de collimation des boussoles, avaient été bien placés par l'artiste qui les avait construites, ils marquaient tous un angle égal à 24gr. 9070, c'est-à-dire, à la déclinaison de l'aiguille aimantée. Les index qui s'éloignaient de cette indication étaient mal placés, sinon les ai-

guilles des boussoles dont ils faisaient partie étaient mal exécutées (237).

252. On peut régler encore la position du limbe de la boussole, *pour compter les angles à partir d'un premier vertical croisant, sous un angle quelconque donné* α, *le plan vertical de deux objets terrestres assignés.* Il faut pour cela disposer d'abord le limbe de manière à mettre l'origine des angles au plan vertical des objets mentionnés, ce qui fait connaître l'angle compris entre ce plan et le méridien magnétique; angle dont la valeur est, comme on l'a vu, le supplément à $400^{gr.}$ du nombre n qui affecte la division du limbe située sous l'index du rayon parallèle au plan de collimation de la lunette de la boussole.

Il est évident qu'il ne reste plus, pour terminer l'opération, qu'à faire pirouetter le limbe dans la boîte de la boussole, afin d'augmenter ou de diminuer l'angle trouvé n, de l'angle donné α, suivant que cet angle α doit être compté à droite ou à gauche de la direction du plan vertical des deux objets terrestres, lorsqu'on opère au premier point de cette direction.

253. Ce qui précède étant bien compris, il n'est pas moins facile de voir qu'on peut se servir du plan vertical de deux objets terrestres, pour *régler la position du limbe de la boussole de manière à compter les angles des directions relevées, à partir de plans parallèles au méridien terrestre de l'un de ces objets, si l'on connaît* d'avance l'angle compris entre ce méridien et le plan vertical des objets mentionnés, c'est-à-dire *l'azimuth de ce plan.*

En nommant α cet azimuth, pour conserver la

notation employée, et le comptant du nord du méridien terrestre vers l'ouest, il faudra tourner le limbe de la boussole jusqu'à ce que l'index du rayon parallèle au plan de collimation aboutisse à la division graduée $(n+\alpha)$; d'où il suit qu'en plaçant alors l'axe optique de la lunette dans le plan vertical des deux objets donnés, *l'aiguille aimantée devra marquer* $(0^{gr.}+\alpha)$, c'est-à-dire, *l'azimuth* connu.

254. Ce procédé fournit à la fois le moyen de régler le limbe et de *trouver la valeur de la déclinaison de l'aiguille aimantée;* car l'angle $(n+\alpha)$ dont nous avons parlé n'est autre chose, à Paris, par exemple, que $400^{gr.}$, *plus* la *déclinaison de l'aiguille aimantée*, laquelle est ainsi indiquée par la graduation du rayon parallèle au plan de collimation de la boussole.

Par exemple, l'azimuth de l'angle nord-est du bâtiment du mont Valérien, observé du télégraphe de Montmartre, et compté du nord vers l'ouest, est de $110^{gr.}4350=\alpha$. Si l'on met donc une boussole en station, au télégraphe, pour viser l'angle désigné du bâtiment du mont Valérien, en ramenant la division du limbe marquée $110^{gr.}4350$ sous la pointe nord de l'aiguille aimantée, il est clair que les pièces de la boussole seront réglées de manière à compter les angles à partir du méridien terrestre du télégraphe de Montmartre, et l'on verra (252) qu'alors l'index du rayon parallèle au plan de collimation de la boussole indiquera $24^{gr.}9070$, ou la déclinaison de l'aiguille aimantée, pour Paris.

CHAPITRE VII.

THÉORIE DES LEVÉS A LA BOUSSOLE.

Ier. §. *Généralités sur les levés à la boussole.*

255. La boussole est, dans les levés topographiques, le plus avantageux des instrumens qui donnent l'amplitude numérique de l'angle de deux plans verticaux; car, comme l'aiguille aimantée, sa pièce principale, a la propriété de se diriger constamment dans des plans verticaux considérés comme parallèles entre eux, dans toute l'étendue d'un levé topographique; il s'ensuit que l'on peut obtenir la mesure de l'angle des plans verticaux de deux directions quelconques du terrain, par la différence des angles que ces plans font avec le vertical de l'aiguille aimantée. Quoiqu'il paraisse de prime abord que les opérations à exécuter pour rapporter définitivement, sur la carte, la position d'une direction assignée, soient plus nombreuses que lorsqu'on se sert de la planchette, et que par conséquent l'usage de la boussole doive consommer plus de temps, l'expérience prouve le contraire.

256. C'est principalement à la propriété dont jouit l'aiguille aimantée de s'orienter d'elle-même, et de n'exiger qu'une seule opération pour connaître sa direction sur le terrain à représenter; c'est

aux perfectionnemens que les ingénieurs-géographes français ont apportés dans la construction de la boussole et dans l'usage du rapporteur; c'est à la réforme qu'ils ont faite de l'ancienne habitude que l'on avait, de toujours se servir de *brouillons* où l'on ne pouvait effectivement que s'embrouiller, quand on n'avait plus le terrain sous les yeux, pour redresser les nombreuses erreurs que l'on se mettait dans le cas de commettre, tout en perdant la faculté de dessiner à vue ou autrement, une foule de petits détails dont la forme fugitive s'efface bientôt de la mémoire; c'est, disons-nous, à tous ces motifs que l'on doit attribuer la préférence à donner aux levés à la boussole, rattachés d'ailleurs à des points principaux trigonométriquement déterminés, ou obtenus avec une bonne planchette et une alidade à lunette, lorsque le temps doit être surtout économisé.

257. Que l'on compte les angles que doit fournir la boussole, à partir du méridien magnétique, du méridien terrestre, ou de tout autre plan vertical donné par sa trace sur la carte, peu importe; les moyens d'opérer sont toujours les mêmes, lorsqu'on a réglé le limbe de la boussole de telle manière que l'aiguille aimantée indique zéro, lorsque l'axe optique de la lunette est dans le plan du *premier vertical*, à partir duquel on convient de compter les angles des directions observées.

Si la trace du premier vertical, origine des angles, n'était pas donnée sur la carte, la première chose à faire serait de ramener l'axe optique de la lunette dans le plan vertical d'une des directions tracées sur le papier, et l'angle que l'aiguille indi-

querait alors, suffirait pour conduire sur la carte, ainsi qu'il a été enseigné, la trace du premier vertical qu'admet l'arrangement actuel du limbe dans la boîte de la boussole, trace que nous pourrons donc supposer toujours connue, et que nous représenterons par une flèche dans les figures.

258. Les remarques que nous avons faites au sujet des levés purement au goniomètre, et des levés au goniomètre et à la chaîne, étant respectivement applicables aux *levés purement à la boussole* et aux *levés à la boussole et à la chaîne*, nous nous bornerons ici à renvoyer le lecteur au Ier. § du chapitre III.

IIe. §. *On donne, pour repères sur la carte, les positions de deux points accessibles; déterminer celle d'un troisième point soit accessible soit inabordable.*

259. Soient désignés par R, P, *fig.* 60, les deux points accessibles dont les positions r, p, sont données, et par X le point dont on demande la position. Ayant placé la boussole en R, par exemple, afin d'en régler le limbe par l'observation de la direction RP, si la position du premier vertical est donnée sur la carte; ou pour obtenir, dans le cas contraire, la position du premier vertical que suppose la disposition actuelle du limbe dans la boîte de la boussole, on dirigera la lunette vers X, et on lira la valeur ρ de l'angle compris entre le plan vertical de la direction RX et le premier vertical à partir duquel l'angle mentionné doit être compté, dans le sens nord-ouest-sud-est-nord. On *rapportera* ensuite cet angle ρ sur la carte, en conduisant par le

point r, et à l'aide du rapporteur, une droite rx', qui fasse avec la direction du premier vertical un angle égal à ρ, de sorte que la position du point visé sera quelque part sur la ligne indéfinie rx'.

Cela fait, en se transportant au second point P, pour y mesurer l'angle π, compris entre le plan vertical de la direction PX, et le premier vertical à partir duquel cet angle doit être compté, on pourra rapporter cet angle sur la carte, en conduisant par le point p une droite px'', faisant avec la direction du premier vertical un angle π; et alors la position du point X sera quelque part sur la ligne indéfinie px''. Cette position sera donc le point x, intersection des deux lignes rx', px''. Les deux triangles RPX et rpx sont en effet équiangles par construction, et par conséquent semblables. (*Voy.* 62 et 63.)

IIIe. §. *Un des deux points dont les positions sont données pour repères est inabordable, déterminer la position d'un troisième point accessible.*

260. On se transportera à celui R, des deux points R, P, *fig.* 61, qui est accessible, soit pour y régler le limbe de la boussole relativement à la position du premier vertical origine des angles, donnée sur la carte, soit pour tracer sur la carte, si cette position n'est pas donnée, celle qui convient à l'arrangement du limbe de la boussole; et cela par la seule observation de la direction RP des deux points R, P, dont r et p sont les positions sur la carte.

Avant de quitter le point R, on y observera

l'angle ρ, compris entre le plan vertical de la direction RX du point accessible X, à déterminer, et le premier vertical origine des angles fournis par la boussole; et on rapportera cet angle ρ sur la carte, ce qui y fournira une droite rx', où devra se trouver la position cherchée du point X.

On se transportera ensuite à ce point X, et la boussole y donnera l'angle ξ du plan vertical compris entre la direction XP, et le premier vertical origine des angles; et, comme il est clair d'ailleurs que le prolongement PP' de la direction XP, observé en P, fournirait le même angle ξ, il s'ensuit qu'en disposant le rapporteur sur la carte comme s'il s'agissait de trouver la position pp' de la direction PP', il suffira de conduire le crayon le long du rayon du rapporteur diamétralement opposé à celui qu'il faudrait suivre dans ce cas. Alors, en effet, au lieu d'avoir tracé sur la carte la position pp' de PP', on aura évidemment décrit celle px, de PX, laquelle devant contenir la position cherchée du point X, la fournira par son intersection x avec la ligne rx' déjà tracée.

261. Il est évident que, dans le cours des opérations qu'exige l'exécution d'un levé topographique ordinaire, la rectification des positions respectives du limbe et du premier vertical origine des angles, n'a besoin d'être faite qu'une seule fois, à moins d'accidens survenus à la boussole. Il ne sera donc pas généralement nécessaire de se transporter au point accessible R, pour y effectuer la rectification indiquée plus haut, et il suffira, pour résoudre le problème qui nous a occupés, d'opérer au point X, sur le point R, comme on a fait sur le re-

père *P*. On voit ainsi que les méthodes de *recoupement*, exécutées à l'aide de la boussole, donnent la faculté de choisir des stations isolées les unes des autres, ce qui ne peut être pratiqué lorsqu'on se sert d'une planchette ou d'un goniomètre. Ces intrumens exigent, comme on l'a vu, que les stations successives soient liées entre elles par une droite commune, à moins qu'on ne prenne des stations d'où on puisse découvrir trois points dont les positions connues se prêtent à la solution du *problème des trois points* (81 et suiv., et N°. I, chap. 7). De la faculté que nous venons de signaler résulte la plus grande économie de temps, et nous verrons qu'elle se reproduit dans presque toutes les solutions de problèmes par la boussole. (*Voy*. 65.)

IVe. §. *Les deux points dont les positions sont données pour repères sont inaccessibles, mais on peut s'établir en un endroit de leur direction, inconnu sur la carte, déterminer la position d'un point accessible.*

262. Soient *R*, *P*, *fig*. 62, les deux points inaccessibles donnés, *Q* le point de leur direction où l'on peut s'établir, inconnu sur le papier, et *X* le point dont il faut obtenir la position sur la carte, où les points *R*, *P* sont donnés en *r p*.

La première chose à faire est de se transporter en *Q*, pour viser, avec la lunette de la boussole, la direction *QR* ou *QP* des deux points connus, ce qui mettra à même de régler la position du limbe relativement à la direction, donnée sur la

carte, de la trace du premier vertical origine des angles; ou de déterminer sur la carte la direction de la trace du premier vertical mentionné, que suppose l'arrangement actuel du limbe de la boussole.

On ira ensuite au point X, d'où l'on visera successivement les points accessibles donnés R, P, en sorte que la boussole fournira les angles ρ, π, compris entre les plans verticaux des deux directions XR, XP, et le premier vertical, origine des angles; et ces angles ρ, π sont évidemment les mêmes que ceux que l'on trouverait, s'il était possible d'observer en R et P les prolongemens RR', PP', des directions XR, XP. Si donc on place le rapporteur comme s'il s'agissait de tracer sur la carte les positions rr', pp', des prolongemens désignés, d'après les angles observés ρ, π, il suffira de conduire le crayon le long du rayon du rapporteur, diamétralement opposé à celui qu'il faudrait suivre pour obtenir sur la carte les positions rx', px' des directions XR, XP, du terrain; en sorte que la position cherchée du point X, devant appartenir à chacune des lignes rx', px'' se trouvera nécessairement à leur intersection x.

263. Ici doivent être reproduites les observations faites dans le précédent paragraphe (261), de sorte que, la solution expliquée n'est réellement mise en usage que lorsque les données de départ l'exigent au commencement d'un levé topographique, ou lorsqu'il faut employer une boussole neuve ou en rectifier une accidentellement dérangée. A l'exception de ces cas, la solution du problème se réduira généralement aux opérations

exécutées au point X, et ne différera pas alors de celles du problème précédent et du problème qui va suivre. (*Voy.* 67 et 68.)

V^e. §. *Les deux points dont les positions sont données pour repères, ainsi que leur direction, sont inaccessibles; déterminer, avec la boussole, la position d'un troisième point, accessible ou non.*

264. Ne pouvant plus se transporter à l'un des deux points R, P, *fig.* 63, donnés de position, ni dans leur plan vertical, il sera impossible, soit de régler immédiatement le limbe de la boussole d'après la direction donnée du premier vertical, origine des angles qu'elle doit fournir, soit d'obtenir aussi immédiatement, sur la carte, la direction du premier vertical mentionné, relative à l'arrangement actuel du limbe.

Mais si l'on choisit sur le terrain, deux points accessibles R', P', dont le point X, duquel on veut obtenir la position, devra être du nombre lorsqu'il sera accessible, on les regardera comme deux points donnés, relativement auxquels il faudra déterminer les positions des points R, P, ce qui rentre dans le premier des cas discutés (259).

265. Ayant donc pris deux points r'', p'', pour représenter, sur une autre feuille de papier que celle où l'on dessine la carte, les positions des points choisis R', P', on se servira de la direction $R'P'$, pour obtenir la trace du premier vertical, relative à l'arrangement accidentel du limbe de la boussole; après quoi on rayonnera les points donnés R, P, et celui X, à déterminer, s'il est inabordable, de

chacun des points choisis R', P'; ce qui fournira leurs positions $r_{,}$, $p_{,}$, $x_{,}$, relatives à r'', p''. Il ne restera donc plus qu'à construire sur les véritables positions r, p, des points R, P, un triangle rpx, semblable au triangle $r_{,}\, p_{,}\, x_{,}$, et le point x sera évidemment la position cherchée du point X du terrain (70).

266. On pourra, en opérant de même, obtenir surabondamment les positions r', p', des points choisis R', P'.

267. La direction du premier vertical employé pourra être rapportée de la même manière sur la carte. Si cette direction était différente de celle qui pourrait y avoir été donnée, on se servirait de l'une des directions des points R ou P, vus de R' ou de P', ou encore de X, si ce point était accessible, pour régler le limbe de la boussole, de manière à compter les angles à partir du premier vertical dont la trace aura été assignée sur la carte.

268. La manière dont nous avons résolu la question proposée, est celle que l'on doit suivre quand elle se présente au commencement d'un levé topographique. Mais si d'autres opérations ont précédé, de sorte que la boussole fournisse les angles à partir d'une origine déjà connue de position sur la carte, la solution est plus simple. On doit opérer alors comme il a été dit (261), parce qu'on se trouve évidemment dans le cas qu'on y a prévu.

VIe. §. *On ne connaît sur la carte que la position d'un des points de repère, auquel on peut stationner, et la trace du plan vertical que les deux repères déterminent; trouver à l'aide de la boussole la position d'un point accessible.*

269. Nous n'avons examiné, jusqu'ici, que les questions dont les solutions sont indépendantes de l'échelle à laquelle on opère, et qui constituent les *levés purement à la boussole;* il nous reste donc encore à examiner les problèmes pour la solution desquels la connaissance de l'échelle est indispensable, et qui font ainsi partie des *levés à la boussole et à la chaîne.*

Pour résoudre la question proposée, on se transportera au point accessible *R fig.* 64, pour régler d'abord, comme il a été enseigné, le limbe de la boussole relativement à la position donnée, sur la carte, de la direction du premier vertical origine des angles; ou bien pour tracer sur la carte cette direction relative à l'arrangement actuel du limbe de la boussole, en y observant la direction donnée du repère inaccessible *P*.

Cela fait, on visera le point accessible *X* à déterminer, afin de rapporter sur la carte sa direction rx', sur laquelle on portera la valeur rx de la distance *R X* mesurée, prise à l'échelle, et le problème sera résolu; car le triangle que les deux points r, x formeraient avec la position de *P* située sur rp', serait semblable au triangle *RXP* du terrain, comme ayant un angle égal compris entre des côtés proportionnels (73).

VIIe. §. *On connaît sur la carte la position d'un des deux points de repère, inaccessibles, et la trace du plan vertical que les repères déterminent; trouver la position d'un point inaccessible, en stationnant, avec la boussole, à un endroit du plan vertical mentionné, inconnu de position sur la carte.*

270. La direction donnée servira soit à régler le limbe de la boussole, soit à obtenir la position de l'origine des angles qui convient à son arrangement actuel, comme nous l'avons pratiqué jusqu'ici; et cela, quoiqu'on ignore en quel endroit de la carte se trouve la position du point *A fig.* 65, où l'on fait l'observation de la direction *RP* des deux repères.

On visera ensuite le point accessible *X* à déterminer, et on rapportera sur la carte, et à partir d'un point quelconque $a_{,}$ de la ligne rp', une droite $a_{,}\ x'$ faisant avec l'origine des angles un angle égal à l'angle trouvé; on fera $a_{,}x'$ égal, à l'échelle, à la longueur de la distance *AX* mesurée sur le terrain; de sorte que, si l'on conduit par x' une droite $x'\ x''$ parallèle à rp', cette droite contiendra la position cherchée du point *X*. Si donc étant en *X*, on observe le repère inaccessible *R*, dont la position *r* est donnée sur la carte, on pourra rapporter comme on l'a fait (260), et à partir du point *r* la direction *rx* de *RX*, laquelle devant contenir la position du point *X* à déterminer, la fournira par son intersection *x* avec la ligne $x'\ x''$.

Si l'on conçoit en effet, par le point *x*, une ligne *xa* parallèle à $a_{,}x'$, le triangle *rxa* sera semblable, à l'échelle, avec le triangle *RXA* (75).

271. On pourra donc obtenir surabondamment la position a du point A, en traçant réellement la ligne xa que nous venons d'imaginer.

272. Dans le cours des opérations d'un levé topographique, c'est-à-dire, lorsque la boussole est déjà réglée pour fournir les angles à partir d'une origine connue sur la carte, la manière de résoudre le problème énoncé doit subir quelques modifications. Il n'est plus alors nécessaire d'aller stationner au point A; on vise ce point de la station que l'on fait en X pour relever la direction XR, que l'on rapporte à l'ordinaire; on trace ensuite sur la carte une parallèle $x'a_{,}$ à la direction XA observée, et l'on prend à partir du point $a_{,}$ de rencontre de cette parallèle avec la direction des repères rp', donnée, une longueur $a_{,}x'$ égale, à l'échelle, à la distance XA, mesurée; par le point x', ainsi obtenu, on conduit $x'x$ parallèlement à rp', et l'intersection x de cette ligne avec la direction xr, qui a été tracée d'abord, est la position cherchée de X.

VIIIe. §. *On donne les positions de deux points de repère, à l'un desquels on peut seulement stationner; trouver à l'aide de la boussole la position d'un point inaccessible.*

273. Ce problème est très-facile à résoudre. S'étant en effet transporté au repère accessible R, *fig.* 66, on pourra, à l'aide de la direction rp, des repères R, P, donnée sur la carte, obtenir la position de l'origine des angles que suppose l'arrangement actuel du limbe de la boussole, ou disposer ce limbe comme l'exige la situation de l'origine

lui R, *fig.* 67, des deux points de repère R, P, duquel il est permis d'approcher, et que l'on ne peut même pas, par hypothèse, opérer dans le plan vertical que ces points déterminent, il est également impossible de régler le limbe de la boussole de manière à compter les angles à partir d'une origine donnée sur la carte, ou de trouver la position de l'origine qui convient à l'arrangement des pièces de la boussole.

Quoi qu'il en soit, on ira au point X à déterminer, pour rayonner successivement les deux repères R, P, et il est de toute évidence que, les valeurs numériques des deux angles que l'on obtiendra ainsi, suffiront pour passer à la valeur numérique de l'angle RXP. On pourra donc tracer sur la carte deux droites rx', px', passant respectivement par les positions r, p, des repères, et faisant entre elles l'angle trouvé; de sorte qu'en décrivant le cercle que les trois points r, p, x', déterminent, ce cercle devra passer par la position cherchée de X. Si donc on mesure la distance XR pour en prendre la valeur à l'échelle, et décrire avec elle pour rayon, et du point r comme centre, un arc de cercle qui croise en x celui $rx'p$ qui a été décrit, on formera un triangle rxp, semblable, à l'échelle, au triangle RXP : donc, x sera la position de X.

Ici doivent trouver place les observations qu'on peut lire dans la solution du problème à l'aide du goniomètre (79 et 80).

276. La position x de X étant déterminée comme on vient de le faire, on peut tracer sur la carte, en se servant de l'une quelconque des deux directions xr, xp, celle de l'origine des angles relative

à l'arrangement des pièces de la boussole. Si cette direction n'était pas identique avec celle qui pourrait être donnée sur la carte, on réglerait la boussole pour l'identifier si la chose était indispensable; autrement, on continuerait le levé en se servant de l'origine obtenue.

277. Si la question résolue se présentait dans le cours d'un levé topographique, la solution en serait plus simple. Étant en X, on relèverait la direction de R, que l'on tracerait en arrière (260) par le point r de la carte, de sorte qu'en prenant la portion rx de la ligne tracée, égale, à l'échelle, à la distance XR, le point x serait évidemment la position de X. Le cas actuel se rapproche beaucoup, comme on voit, de celui traité plus haut (269).

X^e. §. *Les positions de trois points inaccessibles étant données sur un levé, on propose d'y ajouter, à l'aide de la boussole, la position d'un quatrième point, d'où l'on peut découvrir les trois premiers.*

278. Tout ce que nous avons fait au Xe. § du chap. III pour la solution du problème énoncé, à l'aide du goniomètre, convient également à l'emploi de la boussole, comme nous allons le faire voir. Quelle que soit la disposition du limbe de la boussole, celle-ci pourra servir à relever, au point à déterminer, les directions des trois points assignés inaccessibles, et des trois valeurs numériques obtenues, on pourra déduire facilement celles des angles qu'embrassent les directions observées, prises deux à deux. On se trouvera donc avoir les mêmes données que le goniomètre aurait fournies, et

il sera facile d'opérer comme il a été enseigné.

279. La situation du quatrième point étant obtenue sur la carte, on pourra tracer la direction de l'origine des angles qui convient à l'arrangement du limbe de la boussole, et réciproquement, en partant de la direction de l'un quelconque des trois points donnés, vu de la station déterminée, et il sera facile de continuer ensuite les opérations de détail.

280. Il est clair que si le limbe de la boussole est disposé de telle sorte que le rayon passant par l'origine de la graduation, soit parallèle à l'axe optique de la lunette; l'origine des angles sera précisément le méridien magnétique du lieu de station. La solution de la question proposée donne donc aussi celle du problème que l'on peut énoncer de cette manière : *Les positions de trois points inaccessibles étant données, on propose de les orienter relativement au méridien magnétique.*

Si l'on connaît de plus la situation des trois points assignés à l'égard du méridien terrestre, la solution indiquée donnera facilement la valeur de la *déclinaison* de l'aiguille aimantée, par la mesure de l'angle que comprendront entre elles les positions de cette aiguille et du méridien terrestre.

281. On peut procéder comme il suit au tracé des *courbes* circulaires *des erreurs*, à l'aide desquelles la question proposée peut être résolue. Une première position approximative de l'origine des angles étant tracée à vue sur la carte, on placera les positions relatives des directions des trois points observés. Les trois lignes ainsi obtenues se croiseront généralement deux à deux, et formeront un trian-

gle qui se réduirait à un seul point, si la direction de l'origine des angles, estimée, coïncidait par hasard avec la véritable.

Cela posé, il est clair que si l'on fait varier, sur la carte, la position de l'origine des angles, en la déviant vers l'est ou vers l'ouest d'une quantité angulaire quelconque ω, les positions relatives des trois directions observées seront entraînées dans le même sens, et décriront autour des positions des trois points assignés, des angles égaux à ω. Le triangle obtenu d'abord sera ainsi remplacé par un second triangle plus grand ou plus petit. Dans le premier cas, la première position estimée de l'origine des angles serait plus proche de la véritable que la seconde position. Le contraire aurait lieu dans l'autre cas. On saura donc toujours dans quel sens il convient de faire dévier la position estimée de l'origine des angles, pour réduire à un point unique les triangles successivement obtenus; triangles dont les sommets homologues déterminent les trois branches de la courbe des erreurs, qui sert de guide pour la solution expéditive du problème, comme on l'a vu (84) dans l'exécution de constructions analogues à celles que nous venons d'indiquer.

CHAPITRE VIII.

COMPLÉMENT DES LEVÉS A LA BOUSSOLE.

Ier. §. *Connaissant sur la carte la position d'un point inabordable, et la boussole donnant les angles à partir d'une origine tracée sur la carte, obtenir la position d'un point accessible, d'où on découvre le point connu.*

282. On se trouve souvent dans le cas de cet énoncé, quand on exécute des levés topographiques d'une grande étendue, surtout dans un pays couvert qui oblige de prendre, pour sommets des réseaux trigonométriques, des points peu propres à servir de départ pour les opérations de détail.

Soit P, *fig.* 68, un point inaccessible donné en p sur la carte, et X le point à déterminer, on placera la boussole en X, pour viser le point P, et, comme la direction de l'origine des angles est connue sur la carte, on sera à même d'y rapporter, à partir du point p, et en arrière, la position px' de l'alignement XP, et cette droite px' devra contenir la position cherchée de X.

Ne pouvant procéder au mesurage de XP, on mesurera une portion de droite XY convenablement choisie, et après avoir visé le point Y, on tracera sur la carte une ligne $x'y'$ parallèle à la position de la direction XY. On prendra sur cette droite, et à partir de son intersection avec la direction px' déjà tracée, une longueur $x'y'$ égale, à l'échelle, au nombre de mètres mesurés de X en Y, après quoi on transportera la boussole au point Y,

pour y observer la direction YP du point donné. Cette direction étant tracée en $y'p'$ sur la carte, on aura formé un triangle $x'y'p'$ semblable, à l'échelle, avec le triangle XYP, et situé parallèlement à la position définitive qu'il doit avoir pour en être le plan. Si donc ou même par le point p une droite py parallèle à $p'y'$, et par le point y' une autre droite $y'y$, parallèle à $x'p$, l'intersection y de ces deux lignes sera la position de Y; et, en menant enfin yx parallèle à $y'x'$, le point x sera évidemment la position cherchée de X, point d'où on pourra partir pour continuer les opérations du levé du détail.

IIe. §. *Obtenir avec la boussole les positions relatives de deux droites connues de longueur, invisibles l'une de l'autre, mais des extremités desquelles on découvre un même point du terrain.*

283. Ce problème, très-facile à résoudre, se présente aussi en pays couvert, et n'est qu'une extension de celui qui précède; il peut servir évidemment à lier entre elles des opérations exécutées dans deux vallons attenant une même hauteur, au sommet de laquelle on découvre un même point remarquable.

Soient AB, CD, *fig.* 69, les deux lignes connues de longueur sur le terrain, et des extrémités desquelles on découvre un même point E, qui peut ne pas être accessible. On observera ce point E, de chacun des points A, B, C, D, après avoir réglé l'origine des angles sur la direction de la ligne AB, par exemple. Cela fait, on pourra tracer sur un papier, et à une échelle choisie, le plan abe du triangle ABE, ainsi que la position relative de

l'origine des angles, et conduire ensuite par le point e, deux lignes ec', ed' pour représenter les directions EC, ED. Si donc, on observe en outre la direction de la seconde ligne CD, la solution du problème se réduira à conduire une ligne cd, faisant avec l'origine des angles un angle donné, et situé de telle sorte, que sa portion cd, comprise entre les lignes ec', ed', représente à l'échelle choisie, la longueur de la droite CD; ce qui rentre, comme on voit, dans le problème précédent, et demande les mêmes moyens de solution.

Nous nous bornerons au détail des problèmes précédens, persuadés que le lecteur est actuellement à même de voir, seul, les modifications à apporter aux solutions des questions que nous avons résolues, soit avec un goniomètre (86 et suiv.), soit avec la planchette (N°. I, 248 et suiv.), pour approprier ces solutions à l'emploi de la boussole, qui, dans tous les cas, ne peut que les simplifier.

IIIe. §. *De l'emploi des* brouillons *et des* registres *dans la rédaction des itinéraires relevés à la boussole.*

284. Les itinéraires, par suite du peu de détails topographiques qu'ils renferment, sont les seuls travaux pour lesquels on puisse employer sans inconvénient, soit des *brouillons*, soit des *registres*, pour l'inscription des observations faites avec une boussole, instrument que l'on doit préférer pour ce genre de travail. Mais s'il s'agit de lever le détail d'un terrain avec la boussole, il faut bien se garder de faire usage ou de brouillons ou de registres; il est indispensable de dessiner alors la

minute du levé sur le terrain à mesure que l'on opère. Sans parler de la confusion que causent toujours un grand nombre de distances et d'angles écrits sur un brouillon, écoutons ce que disent les bons praticiens de toutes les époques : « Lorsqu'on » attend à rapporter dans le cabinet ce que l'on a » fait sur le terrain avec la boussole, on s'expose » à y découvrir, mais toujours trop tard, que l'on » s'est trompé dans l'ouverture des angles ou dans » les longueurs ; il est plus sûr (et, nous ajouterons, » *beaucoup plus expéditif*) d'exécuter à mesure » sur le papier la même opération que l'on vient » de faire avec la boussole.... ; si on se trompe, on » est sur les lieux pour s'en apercevoir et pour se » corriger (1). » On perd dans le cabinet la facilité de rectifier son travail, et c'est, n'en doutons point, à cela, que sont dues la plupart des erreurs que l'on rencontre dans les cartes.

285. Il est évident que les seules opérations à exécuter dans le levé d'un itinéraire, sont celles de cheminement ; si les méthodes d'intersection y sont quelquefois employées, c'est pour déterminer les positions des lieux éloignés de la route que l'on parcourt. Le tracé d'un croquis d'itinéraire aura donc toute la clarté désirable si l'on écrit le long de chaque ligne, 1°. le nombre de grades, comptés depuis o jusqu'à 400, valeur de l'angle que fait, avec l'origine des angles, la direction du terrain que la ligne représente ; 2°. séparé par un trait, le nombre de mètres contenus dans la longueur de

(1) Dupain de Montesson, *l'Art de lever les Plans*, p. 141. Paris, 1775.

la droite sur le terrain, et le nombre d'heures de marche, lorsque ces nombres sont connus, en spécifiant les montées, les plaines et les descentes quand cela est possible, ce qui ne présente aucune difficulté.

286. Au lieu d'être écrites sur un croquis, les quantités que nous venons de désigner peuvent être encore rassemblées dans un registre ou tableau pareil au suivant :

Itinéraire de la route de A..... à F.....

DÉSIGNATION DES		ANGLES des directions observées avec l'origine des angles.	DISTANCES DES POINTS OBSERVÉS, MESURÉES EN							
			MÈTRES.				HEURES DE MARCHE.			
Points de station.	Points observés.		Plaines.	Montées.	Descentes.	Total.	Plaines.	Montées.	Descentes.	Total.
A	*B*	13 grades	2100m	.... 4380m	.... 3620m	10100m	0h 32′	.... 1h 30′	.... 0 55	2h 57′
	a	318								
B	*C*	379	.... 370	4280	 7210	11860	.... 0 6	1 35	.... 2 00	3 41
	b *c* *a*	68 321 285								2 20
C	*D*	315	 4910	....	4590	9500	.... 1 15	....	1 20	2 35
	d	39	....	 3010	290	3300	....	.... 1 00	0 5	1 5
	e	7								
D	*E*	43	3450	....	....	3450	0 55	....	....	0 55
	c	207								
E	*F*	349	290 .... 3600	.... 1880	 13050	18830	0 5 .... 0 55	.... 0 40	.... 3 30	5 10
	f	301					3 15	....	.... 1 30	4 43
F	*e*						2 00	.... 2 55	.... 1 40	6 35

287. Dans ce tableau, les points qui se trouvent sur la route parcourue sont désignés par les majuscules, et les lettres italiques servent à désigner les points observés hors de la route mentionnée. La première colonne renferme les noms des points de la route auxquels les stations ont été faites; la deuxième contient les noms des points observés de ces stations, soient que ces points fassent partie de la route, soit qu'ils s'en trouvent éloignés; et dans ce dernier cas, les points sont écrits en seconde ligne au-dessous d'un trait horizontal qui les sépare du nom du point de la route observé de la même station. Dans la troisième colonne du tableau sont écrites les valeurs numériques des angles que font les directions observées avec l'origine des angles, que nous supposerons être le méridien magnétique; les huit dernières colonnes renferment enfin les valeurs des distances des points de station aux points observés, exprimées en mètres et en heures de marche, avec spécification des portions de chemin de niveau, des montées et des descentes, dans l'ordre de leur position successive sur le terrain.

On voit ainsi que pour aller de *A* en *B*, il faut parcourir une longueur de 10100 mètres dans une direction faisant avec le méridien magnétique un angle de 13^{gr}. comptés du nord vers l'ouest; cette longueur de 10100 mètres se compose de 2100 mètres de chemin de niveau, de 4380 mètres de montée, et de 3620 mètres de descente, chemins qui sont respectivement parcourus en 32′, 1^{h}. 30′ et 55′, ou, en totalité, dans 2^{h}. 57′. Il est écrit aussi que du point *A*, on a observé, hors de la route, le point *a* suivant la direction de 318^{gr}.

Pour aller de la seconde station B à la troisième C, il faut cheminer suivant la direction 379^{gr}, parcourir d'abord $4280^{mèt.}$ de montée, ensuite $370^{mèt.}$ de chemin horizontal, et enfin $7210^{mèt.}$ de descente; total, 11860 mètres parcourus en $3^{h.}\ 41'$, savoir: $1^{h.}\ 35'$, $0^{h.}\ 6'$, et $2^{h.}$ pour les chemins partiels désignés. De la station B, on a observé encore les trois points b, c, a, hors de la route suivant les directions $68^{gr.}$, $321^{gr.}$, $285^{gr.}$, de sorte que le point a, observé de la première station, se trouve ainsi déterminé; le point b est aussi connu, parce qu'il est écrit qu'il se trouve à $2^{h.}\ 20'$ de marche du point B, ainsi de suite pour les nombres qui suivent.

289. Il faut chercher à déterminer les positions de tous les points observés hors de la route. C'est ainsi que les points a et c sont obtenus par intersection. Les points b et f sont connus sur leurs directions observées de B et E, par leurs distances respectives à ces points, savoir $2^{h.}\ 20'$ et $6^{h.}\ 35'$ de marche. Le point d est déterminé par sa direction vue de C, et par l'éloignement où il se trouve de ce point, éloignement connu en mètres 3300, et en temps $1^{h.}\ 5'$. Le point e peut être également arrêté de position sur sa direction observée de C, laquelle fait avec le méridien magnétique un angle de $7^{gr.}$; sa distance du point F en temps, $6^{h.}\ 35'$, donne en effet le moyen de former le triangle $C\,e\,F$, qui résout la question.

IVe. §. *Emploi de la boussole pour lever les plans des terrains qui contiennent des substances attirables à l'aimant, tels que les galeries souterraines des mines de fer, etc.*

290. Tous les auteurs ont répété que la boussole ne peut servir à lever les plans des terrains qui renferment des substances attirables à l'aimant; de sorte qu'une opinion contraire semblera paradoxale jusqu'à ce que nous l'ayons justifiée, ce qui n'est point difficile.

La propriété caractéristique dont jouit la boussole, propriété qui est d'un si précieux avantage dans l'exécution des levés topographiques, est, comme on l'a vu, celle d'orienter toutes les directions prises de *stations isolées*, ce qui ne peut être fait avec une planchette ou un goniomètre, qu'en relevant la position d'une ligne commune à la station que l'on quitte et à celle où l'on va. Si donc, nous renonçons aux stations isolées, rien n'empêche d'employer la boussole à la manière des goniomètres, lorsque la nature particulière des terrains fait dévier plus ou moins l'aiguille aimantée, de la direction du méridien magnétique.

C'est surtout dans les levés, soit des galeries souterraines que l'on pratique pour l'exploitation des mines de fer, soit de la surface des terrains où sont enfouies ces dernières, que l'usage de la boussole comme simple goniomètre est utile. On a coutume de lever, en effet, les plans des travaux souterrains, et de la surface du sol, en ayant soin de les lier ensemble, à l'aide d'une direction commune,

observée à l'entrée des galeries, de sorte qu'en traçant un de ces deux plans sur du papier transparent, on peut les appliquer l'un au-dessus de l'autre, juger de la position relative des objets, et projeter les ouvrages ultérieurs à exécuter pour remplir les vues diverses que l'on se propose.

291. Remarquons d'abord que, si l'on observe une même droite d'un terrain sans influence sur l'aiguille aimantée, de deux stations faites aux deux extrémités de cette droite, les valeurs numériques des deux angles fournis par la boussole différeront entre elles de 200 grades, comme on le voit par la *fig.* 70. De plus, si l'angle a' mesuré à la première station est moindre que 200 grades, l'angle a'' trouvé à la seconde station sera fourni par la formule $a'' = a' + 200^{\text{grades.}}$, laquelle se changera en $a'' = a' - 200^{\text{grades.}}$, lorsque le premier angle a' sera plus grand que deux angles droits.

Si donc il arrive qu'en passant de la première à la seconde station, la direction de l'aiguille aimantée éprouve une variation quelconque υ, l'origine des angles subira le même changement, et au lieu de trouver la valeur écrite pour a'', on trouvera un angle $a_{\prime\prime}$ trop grand de υ, si l'aiguille aimantée a dévié dans le sens nord-est-sud-ouest-nord, et trop petit de cette même quantité, si la déviation s'est opérée en sens contraire. En retranchant donc du second angle observé $a_{\prime\prime}$ la valeur de l'angle a'', ou, ce qui est la même chose, $a' \pm 200^{\text{gr.}}$, le reste, s'il est positif, exprimera la déviation de l'aiguille aimantée dans le sens nord-est-sud-ouest-nord, et, s'il est négatif, une déviation dans le sens opposé. On peut donc suivre de station en station les posi-

tions relatives de l'aiguille aimantée, et opérer avec la boussole comme avec un goniomètre.

Dans la pratique il ne sera pas nécessaire de calculer les déviations successives que nous venons d'apprendre à trouver; il suffira de tracer à chaque station l'origine particulière des angles d'après la position connue de la ligne qui joint les stations conjuguées, et de rapporter à chaque station de l'instrument les angles observés à partir de l'origine des angles qu'on y aura trouvée. Cette manière de procéder équivaut, comme on voit, à celle qui résulterait de l'emploi des déviations que l'on aurait calculées.

292. Un exemple étant très-propre à expliquer l'usage actuel de la boussole, nous supposerons qu'il s'agit de lever le plan de la ligne polygonale $ABCD$ accessible, et aux divers angles de laquelle l'aiguille aimantée, que nous pouvons supposer être l'origine des angles, affecte les directions que les flèches indiquent. Étant en station au point A, on observera la direction de la station suivante B, et la boussole fournira un angle $n'AB = a'$ de $312^{gr.}$, par exemple, ce qui donnera le moyen de tracer sur la carte les positions relatives de l'origine des angles An', de la direction AB, ainsi que de toute autre direction que l'on aurait observée à la première station. Passant ensuite au point B, on commencera par viser la station A, que l'on vient d'abandonner, afin de voir si l'angle $n''BA = a_{\prime\prime} = 119^{gr.}$, que fournira la boussole, égalera le précédent $n'AB$, diminué de $200^{gr.}$. Or, ici $119^{gr.} - (312^{gr.} - 200^{gr.}) = 7^{gr.}$, d'où il faut conclure que l'aiguille aimantée n'est pas restée parallèle à elle-même dans ses deux positions $n'A$ et $n''B$, mais qu'elle a dévié de 7 grades

vers l'est, en passant de la première à la seconde station. Quoi qu'il en soit, et seulement à l'aide de l'angle $119^{gr.}$ observé, on pourra tracer sur la carte la nouvelle position Bn'' de l'aiguille aimantée, et, par suite aussi, celle de toute autre direction aboutissant en B, telle que celle BC du point C, où l'on doit aller faire la troisième station; direction qui fait par hypothèse un angle $n''BC = 297^{gr.}$ avec l'aiguille aimantée.

Arrivé en C, on visera d'abord le point B, d'où l'on vient, et, si l'on trouve pour l'angle $n'''CB$ de la direction CB, et de l'aiguille aimantée, $83^{gr.}$, on en conclura, de ce que $83^{gr.} - (297^{gr.} - 200^{gr.}) = -14^{gr.}$, qu'en passant de la seconde à la troisième station, l'aiguille aimantée s'est portée vers l'est d'un angle de $14^{gr.}$ *comptés négativement*, ce qui veut dire que la déviation considérée a réellement eu lieu vers l'ouest. Traçant sur la carte la nouvelle situation de l'origine des angles, d'après la seule valeur $83^{gr.}$ de l'angle $N''CB$, on pourra y arrêter en outre les positions des directions observées de la station faite en C, telle que celle DC de la quatrième station, pour laquelle la boussole donne un angle $n''CD$ de $164^{gr.}$

Au point D, la boussole, dirigée vers la station C que l'on quitte, fournit par hypothèse un angle $n^{iv}DC$ de $377^{gr.}$, passant à la valeur de $377^{gr.} - (164^{gr.} - 200^{gr.}) = 13^{gr.}$ on voit que l'aiguille aimantée, ou, ce qui revient au même, que l'origine des angles en passant de la troisième à la quatrième station, s'est portée vers l'est de $13^{gr.}$ Ainsi de suite pour toutes les autres stations que l'on voudrait exécuter.

293. Il est clair que les positions respectives de l'aiguille aimantée à deux stations assignées se trouvent en faisant la somme algébrique des déviations trouvées aux stations successives intermédiaires. Si, dans l'exemple précédent, on demande l'angle que font entre elles les deux positions de l'aiguille aimantée à la première et à la quatrième station, on fera la somme des variations trouvées $7^{gr.} - 14^{gr.} + 13^{gr.}$ qui se réduit à $6^{gr.}$ et montre qu'en passant de la première à la quatrième station, l'aiguille s'est transportée vers l'est d'une quantité angulaire égale à 6 grades.

294. La *boussole du mineur*, que nous avons décrite plus haut (229) est très-propre à l'exécution des opérations dont nous venons de nous occuper. Le cordeau suspenseur sert en effet à fixer sur le terrain la position de la ligne qui doit unir les deux stations que ses extrémités occupent; desorte qu'en observant l'aiguille de la boussole aux deux bouts du cordeau, on obtient les données nécessaires pour connaître la disposition relative des plans verticaux successifs dans lesquels on aura placé ce cordeau.

V^e. §. *Du déclinatoire, et de son usage dans les levés topographiques.*

295. Le *déclinatoire* n'est autre chose qu'une boussole fractionnée; d'où il résulte qu'un tel instrument est loin d'offrir les précieux avantages dont jouit la boussole; c'est du moins ce que les praticiens reconnaissent bientôt, quand ils font un essai comparatif des deux instrumens.

Une aiguille aimantée, soutenue horizontale-

ment par un pivot qui s'élève, à angles droits, du milieu du fond d'une boîte rectangulaire d'environ $0^{mèt.},155$ de long, sur $0^{mèt.},065$ de large, et $0^{mèt.},025$ de hauteur, et deux petites bandes de cuivre circulaires, divisées en degrés, ayant pour centre commun le pivot de l'aiguille, et situées aux deux bouts de la boîte : telles sont les pièces principales qui constituent un déclinatoire. Cet instrument est donc, par suite de sa construction, impropre à viser suivant les directions des objets terrestres, et ne peut donner immédiatement que la situation du méridien magnétique ; car les deux longs côtés de la boîte étant parallèles entre eux et au diamètre des deux bandes circulaires, gradué o et $200^{gr.}$, toutes les fois que ce diamètre sera ramené sous les pointes de l'aiguille, les flancs de la boîte seront évidemment parallèles au méridien magnétique du lieu de l'observation.

296. On voit par ce qui précède que, le déclinatoire ne peut être employé seul aux levés topographiques; il est indispensable de lui adjoindre un instrument qui ne puisse pas s'orienter de lui-même, afin qu'il lui communique cette propriété. L'instrument à combiner avec le déclinatoire doit donc être, soit un goniomètre, soit une planchette. Dans le premier cas on aura pour résultat une *boussole imparfaite ;* dans le second, on obtiendra une combinaison d'instrumens qui donnera naissance aux *levés, à la planchette et au déclinatoire*, moins pratiqués aujourd'hui qu'autrefois.

Nous avons vu que le caractère distinctif des levés à la planchette est d'opérer par *stations liées*, en relevant sur la carte les positions des plans verti-

Aussi cet instrument n'est-il ordinairement employé qu'à obtenir des points par les méthodes de recoupement, en observant deux points visibles de l'endroit où le levé a été préalablement orienté, ainsi que nous l'avons enseigné au VIe. § du ch. IV, du *Traité des levés à la planchette*. Au reste celui qui saura exécuter les levés à la planchette, et ceux à la boussole, n'aura même pas besoin des indications précédentes pour exécuter de lui-même un levé avec la planchette orientée à l'aide du déclinatoire : aussi ne dirons-nous plus rien à ce sujet.

298. Le déclinatoire n'est pas d'ailleurs le seul instrument dont on puisse se servir pour orienter la planchette, et avoir ainsi la faculté d'opérer avec cet instrument par *stations isolées*; le *cadran solaire* combiné avec une *montre* jouit de la même propriété, comme nous la ferons voir, avec plus de détail, dans notre *Traité des levés militaires*.

VIe. §. *Rectification du clisimètre adapté à la boussole du topographe.*

299. Avant de terminer, nous allons remplir la promesse que nous avons faite de donner un moyen approximatif de rectification qui s'applique avec avantage aux clisimètres adaptés aux boussoles du topographe. Dans ces clisimètres, *fig.* 51, 52 et 53, une des extrémités du niveau à bulle d'air *NN* est liée au limbe vertical *ll* par une charnière *c*, tandis que l'autre extrémité n'est attachée à ce limbe que par une vis de rappel dont la tête *t* se

voit dans les figures. Cette disposition particulière permet de faire mouvoir le niveau sans déranger le limbe *ll* de la situation qui lui aura été donnée dans l'espace, tandis qu'au contraire le limbe ne pourra être mû sans entraîner avec lui le niveau *NN*, et la lunette *L' L'*. Une vis de rappel *V*, qui lie le système du limbe *ll*, du niveau *NN*, et de la lunette *L' L'*, avec la boîte *BB* de la boussole, sert à changer la position relative de cette boîte et du système mentionné, sans que le limbe *ll* cesse d'être vertical s'il l'était d'abord.

300. Cet arrangement compris, on peut toujours disposer à vue assez horizontalement le plateau du genou, même à coquilles, d'un tel clisimètre, pour être certain qu'en faisant pirouetter l'instrument, la différence de niveau du centre *A* du limbe *ll*, autour duquel peut se mouvoir la règle *RR*, support de la lunette *L' L'*, considéré dans deux positions quelconques, ne s'élève pas à un centimètre, par exemple. Si donc on vise alors un objet éloigné d'environ 60 mètres seulement, les deux directions de cet objet, vu de droite et de gauche du clisimètre, feront, avec l'horizon, deux angles qui ne différeront pas entre eux de 1' centésimale, et leur différence pourra même être rendue insensible, soit en visant un objet suffisamment éloigné, soit en disposant mieux de niveau le plateau du genou : ce qui n'est pas difficile.

Cela posé, mettons à vue le plateau du genou dans une situation à peu près horizontale, faisons correspondre le zéro du vernier tracé sur la règle *RR*, support de la lunette *L' L'*, avec le zéro

de la graduation du limbe *ll;* disposons à la main, ce limbe, de manière que l'axe optique *Oo* de la lunette soit dans une situation estimée à vue horizontale; reconnaissons un point éloigné qui se place naturellement sous le fil horizontal de la lunette ainsi arrêtée; et ramenons enfin la bulle d'air du niveau *NN*, entre les deux réserves *r, r*, à l'aide seulement de *la vis de rappel* t, *qui fait mouvoir ce niveau sur le limbe.*

301. Les pièces de l'instrument étant ainsi disposées les unes à l'égard des autres, il est clair que la ligne des réserves *rr*, laquelle est actuellement horizontale, serait parallèle à l'axe optique *oO* de la lunette *L' L'* du clisimètre, si, à vue, on avait assez bien disposé cet axe horizontalement. Pour vérifier si cette circonstance a réellement lieu, faisons pirouetter le clisimètre sur le plateau du genou, de manière à conduire la lunette *L' L'* de droite à gauche, ou réciproquement, jusqu'à ce que le plan du limbe *ll* passe de nouveau par le point visé, et ramenons, à l'aide de *la vis de rappel* V *du limbe*, la bulle d'air du niveau entre ses deux réserves *r, r*. Cela fait, la ligne des réserves sera de nouveau horizontale; et, comme elle n'a pas changé de position relativement au limbe *ll*, il s'ensuit que la lunette *L' L'* regardera en arrière du point mentionné; que la direction de son axe optique *oO* fera avec l'horizon le même angle que dans sa position primitive; et qu'ainsi; l'angle compris entre cette seconde position de l'axe optique, et la direction du point visé, sera égal à 200^{gr}, plus ou moins deux fois l'angle formé d'abord par l'axe optique *oO* de la lunette et l'horizon. Si donc on

fait parcourir à la règle *RR*, support de la lunette *L' L'*, 200 grades sur le limbe *ll*, afin que l'axe optique soit dirigé vers le point visé d'abord, si ce point ne se place pas de nouveau sous le fil horizontal, la bulle d'air du niveau étant toujours entre les réserves, ce sera une preuve que l'axe optique *oO* faisait, au commencement de l'opération avec l'horizon, un angle que l'on anéantira en rappelant *le limbe à l'aide de sa vis de rappel* V, jusqu'à ce que la lunette soit amenée à viser un point moyen entre celui visé d'abord et le point de visée de la lunette dans sa seconde position.

Cela bien fait, l'axe optique *Oo* de la lunette aura actuellement une direction horizontale; mais, comme le limbe *ll*, dans le mouvement qu'on vient de lui donner, a entraîné le niveau *NN*, la bulle d'air a été chassée du lieu qu'elle occupait dans l'espace, en sorte que la ligne des réserves *rr* a cessé d'être horizontale. Toutefois il est bien facile de ramener cette ligne dans une telle situation, en rappelant la bulle d'air entre les deux réserves *r, r*, à l'aide de la *vis* t *de rappel du niveau;* alors la ligne des réserves, étant située horizontalement, sera parallèle à l'axe optique *Oo* de la lunette, que la manœuvre précédente n'a pas du tout dérangé. Si donc on ne touche plus à *la vis* t *de rappel du niveau*, toutes les fois que la bulle d'air sera forcée de stationner entre les réserves, soit par suite du mouvement du limbe, soit par suite de celui du genou de l'instrument, l'axe optique *Oo* de la lunette *L'L'*, mise sur zéro, sera horizontal.

302. Pour s'assurer si la rectification que nous venons de détailler a été bien exécutée du premier

coup, il sera bon de la recommencer une seconde fois, afin de corriger le petit défaut de parallélisme de la lunette à l'horizon, que l'on aurait pu laisser exister en effectuant les opérations décrites.

Comme rien ne peut garantir que la vis *t* de rappel du niveau ne se dérangera pas, on *repère* la position du corps du niveau *NN* sur le limbe *ll*, à l'aide d'une *ligne de foi*; et, lorsqu'on veut faire usage du clisimètre, on fait d'abord coïncider les deux parties de cette ligne si on s'aperçoit qu'elles se sont écartées l'une de l'autre.

303. Voyons maintenant comment nous nous servirons du clisimètre pour obtenir la valeur numérique de l'angle que fait avec l'horizon une droite du terrain. Ayant disposé le limbe *ll* le mieux possible dans le plan vertical de la droite donnée, et ramené la bulle d'air entre les deux réserves du niveau *NN*, soit à l'aide du genou de l'instrument, soit au moyen de la vis *V* qui fait mouvoir le système du limbe *ll*, et du niveau *NN* sur le corps *BB* de la boussole, on dirige l'axe optique *oO* de la lunette *L L'* vers une mire posée au loin verticalement, sur un point de la droite considérée. Cet axe optique sera évidemment alors parallèle à la droite du terrain si la distance du voyant au pied de la mire égale la hauteur de l'axe optique *Oo*, au-dessus du pied de la boussole, condition bien facile à remplir. Si donc on a eu soin de s'assurer, avant de commencer l'opération, que les lignes de foi du niveau et du limbe étaient en coïncidence, le nombre de grades marqués actuellement sur le limbe *ll*, par le vernier de la règle *R* de la lunette, sera la mesure de l'an-

gle que fait, avec l'horizon, la position actuelle de l'axe optique *Oo;* car, si on fait tourner la lunette de ce nombre de grades autour du pivot *A*, pour ramener le zéro du vernier sur le zéro du limbe *ll*, on rendra l'axe optique mentionné parallèle à la ligne des réserves du niveau, et par conséquent horizontal, si la rectification du clisimètre a été d'ailleurs bien exécutée.

L'inclinaison d'une ligne du terrain pouvant être ainsi obtenue, on pourra toujours passer de sa longueur effective mesurée, à celle de sa projection; mais ce genre de question sera examiné avec le détail, qui ne peut trouver place ici, dans notre *Traité de Nivellement*, auquel nous renvoyons, tant pour la description complète, que pour les manières diverses de se servir des *niveaux* et des *clisimètres*, en ayant égard tant à la *réfraction atmosphérique*, qu'à la sphéroïdicité de la terre.

FIN DES LEVÉS A LA BOUSSOLE.

TABLE
DES MATIÈRES.

CHAPITRE PREMIER.

DE LA GONIOGRAPHIE. Page 1
Ier. §. *Par un point donné sur une droite, en conduire une autre qui fasse avec elle un angle égal à celui compris par deux lignes tracées sur le papier.* *ibid.*
Art. I. Emploi de la corde de l'angle donné. *ibid.*
Art. II. Emploi de la tangente ou de la cotangente de l'angle donné. 3
Art. III. Emploi de la sécante ou de la cosécante, de l'angle donné, et encore de son sinus ou de son cosinus. 4
IIe. §. *La valeur numérique de l'amplitude d'un angle étant donnée, tracer cet angle sur le papier.* 5
Art. I. Emploi de la bissection successive des angles. *ibid.*
Art. II. Usage des tables des lignes trigonométriques naturelles. 7
Art. III. Usage de la table des cordes. 9
IIIe. §. *Usage d'instrumens spéciaux pour rapporter un angle d'une amplitude numérique donnée.* 13
Art. I. Règles divisées suivant les valeurs des lignes trigonométriques naturelles et des cordes. *ibid.*
Art. II. Du rapporteur circulaire centésimal et manière de s'en servir. 14
Art. III. Du rapporteur circulaire sexagésimal et de son rapporteur complémentaire. 18
Art. IV. Des rapporteurs rectangulaires. 21

CHAPITRE II.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES SUR LES LEVÉS AU GONIOMÈTRE. 22
Ier. §. *Du graphomètre employé dans les levés topographiques.* *ibid*

Art. I. Description du graphomètre à pinnules et à lunettes. *ibid.*
Art. II. Usages des transversales circulaires pour apprécier les fractions des divisions d'un limbe. 26
Art. III. Mesurage des angles avec le graphomètre ; vérification et rectification de cet instrument. 27
IIe. §. *Du Pantomètre d'arpenteur.* 30
Art. I. Description de l'instrument. *ibid.*
Art. II. Mesurage des angles avec le pantomètre d'arpenteur ; vérification de cet instrument. 34
IIIe. §. *De la tablette destinée aux levés au goniomètre.* 35

CHAPITRE III.

Théorie des levés au goniomètre. 37
Ier. §. *Généralités sur les levés au goniomètre.* 37
IIe. §. *On propose de déterminer la position d'un point quelconque visible de deux points de repère où l'on peut stationner, et dont les positions sont données sur la carte.* 40
IIIe. §. *Ne pouvant stationner qu'à l'un des deux points dont les positions sont données pour repères, déterminer la position d'un point désigné où l'on peut stationner.* 42
IVe. §. *Les deux points dont les positions sont données pour repères étant inaccessibles et pouvant stationner en un lieu du plan vertical que ces repères déterminent, lieu dont la position est néanmoins inconnue sur la carte, on propose de déterminer la position d'un point désigné où l'on peut stationner.* 43
Ve. §. *Les deux points dont les positions sont données pour repères étant inaccessibles, ainsi que leur plan vertical, déterminer la position d'un point quelconque.* 44
VIe. §. *On ne connaît sur la carte que la position d'un des points de repère auquel on peut stationner, et la trace du plan vertical que les repères déterminent, trouver la position d'un point accessible.* 45
VIIe. §. *On ne connaît sur la carte que la position d'un des points de repère qui est inaccessible, et la trace du plan vertical déterminé par les deux repères, dans lequel on peut stationner en un lieu inconnu sur la carte, trouver la position d'un point accessible.* 47

VIIIe. §. *On donne les positions de deux points de repère, pouvant stationner au premier, et le second étant inaccessible, on demande la position d'un point inabordable.* 48

IXe. §. *On ne peut stationner à aucun des deux points dont les positions sont données pour repères; mais l'un d'eux étant accessible, on propose de déterminer la position d'un point où l'on peut stationner.* 49

X^e. §. *Les positions de trois points étant données sur un levé, on propose d'y ajouter celle d'un quatrième point d'où on peut découvrir les trois premiers.* 51

CHAPITRE IV.

PROBLÈMES RELATIFS AUX LEVÉS AU GONIOMÈTRE 55

Ier. §. *On propose d'obtenir, à l'aide d'un goniomètre, la distance des extrémités d'une ligne polygonale.* ibid.

IIe. §. *Trouver, à l'aide d'un goniomètre, la longueur d'une droite qu'il est impossible de chaîner.* 56

IIIe. §. *Trouver, à l'aide d'un goniomètre, la plus courte distance d'un point à une droite donnée.* 58

IVe. §. *Passer, à l'aide d'un goniomètre, de la distance réciproque de deux points assignés inabordables, à celle de deux autres points donnés accessibles.* 59

V^e. §. *Parvenir, à l'aide d'un goniomètre, à l'aire d'un terrain donné.* 61

VIe. §. *Trouver, à l'aide d'un goniomètre, le point d'un terrain accessible correspondant à un point ajouté au plan de ce terrain.* 62

VIIe. §. *Tracer sur le terrain, à l'aide d'un goniomètre, l'alignement correspondant à une droite ajoutée au plan de ce terrain.* 65

VIIIe. §. *Par un point donné sur le terrain, et à l'aide d'un goniomètre, conduire un alignement dans une situation proposée, relativement à un autre alignement assigné sur le terrain.* 66

IXe. §. *Tracer sur le terrain, à l'aide d'un goniomètre, l'alignement qui joint deux points donnés invisibles l'un de l'autre.* 67

X^e. §. *A l'aide d'un goniomètre, prolonger un alignement donné au-delà d'un obstacle bornant la vue.* 68

CHAPITRE V.

Du magnétisme terrestre et des phénomènes électro-dynamiques. 70
Ier. §. *Du magnétisme terrestre* *ibid.*
Art. I. Des fluides magnétiques, des aimans naturels et artificiels. *ibid*
Art. II. De l'aiguille aimantée, de son inclinaison et de sa déclinaison. 73
Art. III. Des pôles des aimans et des aiguilles aimantées, et des pôles magnétiques terrestres. 74
Art. IV. Des méridiens magnétiques et des variations de la déclinaison de l'aiguille aimantée. 77
Art. V. Des lignes à déclinaison constante, et des lignes sans déclinaison. 79
Art. VI. De l'équateur et de la latitude magnétique. 80
Art. VII. De l'aimantation ou manière d'obtenir des aimans artificiels. 82
IIe. §. *De l'électricité en repos et en mouvement.* 88
Art. I. Des fluides électriques, de leurs attractions et répulsions, de leur distribution, du pouvoir des pointes, etc. *ibid.*
Art. II. Des appareils propres à développer beaucoup d'électricité, et de ceux destinés à la recueillir, tels que la *machine électrique*, la *pile de Volta*, la *bouteille de Leyde....*; des paratonnerres. 100
Art. III. Attractions et répulsions des courans électriques, ou les deux électricités en mouvement. 111
IIIe. §. *Action de la terre sur les courans électriques.* 119
IVe. §. *De l'action mutuelle des aimans et des courans électriques.* 123

CHAPITRE VI.

Notions préliminaires sur les levés à la boussole. 128
Ier. §. *Description de la boussole du topographe.* *ibid.*
IIe. §. *De la boussole du mineur, destinée à lever les plans des galeries souterraines.* 133
IIIe. §. *Description de la boussole à réflexion.* 135
IVe. §. *Des conditions auxquelles doivent satisfaire les parties d'une bonne boussole de topographe.* 138

V^e. §. *Usage de la boussole pour obtenir la position d'une direction quelconque, relativement au méridien magnétique, et réciproquement.* 142

VIe. §. *De l'influence de l'excentricité de la lunette des boussoles ordinaires, sur la valeur des angles fournis par ces instrumens.* 144

VIIe. §. *Usage de la boussole pour obtenir la position d'une direction quelconque, relativement à un système de plans verticaux parallèles au méridien terrestre d'un lieu assigné, ou encore dont la direction est donnée à l'égard du méridien magnétique de ce lieu.* 147

VIIIe. §. *Comment on peut obtenir, avec la boussole, la position d'une direction quelconque, relativement à un système de plans verticaux parallèles au plan vertical de deux objets donnés sur le terrain, ou qui font avec ce plan un angle donné. Emploi des méridiens terrestres.* 150

CHAPITRE VII.

THÉORIE DES LEVÉS A LA BOUSSOLE. 154

Ier. §. *Généralités sur les levés à la boussole.* *ibid.*

IIe. §. *On donne pour repères, sur la carte, les positions de deux points accessibles, déterminer celle d'un troisième point, soit accessible, soit inabordable.* 156

IIIe. §. *Un des deux points dont les positions sont données pour repères est inabordable, déterminer la position d'un troisième point accessible.* 157

IVe. §. *Les deux points dont les positions sont données pour repères sont inaccessibles, mais on peut s'établir en un endroit de leur direction, inconnu sur la carte, déterminer la position d'un point accessible.* 159

V^e. §. *Les deux points dont les positions sont données pour repères, ainsi que leur direction, sont inaccessibles; déterminer la position d'un troisième point, accessible ou non.* 161

VIe. §. *On ne connaît sur la carte que la position d'un des points de repère, auquel on peut stationner, et la trace du plan vertical que les deux repères déterminent; trouver, à l'aide de la boussole, la position d'un point accessible.* 163

VIIe. §. *On connaît sur la carte la position d'un des deux points de repère inaccessibles, et la trace du plan vertical*

que les repères déterminent; trouver la position d'un point accessible, en stationnant à un endroit du vertical mentionné, inconnu de position sur la carte. 164

VIIIe. §. *On donne les positions de deux points de repère, à l'un desquels on peut seulement stationner; trouver, à l'aide de la boussole, la position d'un point inaccessible.* 165

IXe. §. *On ne peut stationner à aucun des deux points dont les positions sont données pour repères; mais, l'un d'eux étant accessible, on propose de déterminer, à l'aide de la boussole, la position d'un point où l'on peut stationner.* 167

X^e. §. *Les positions des trois points inaccessibles étant données sur un levé, on propose d'y ajouter, à l'aide de la boussole, la position d'un quatrième point, d'où l'on peut découvrir les trois premiers.* 168

CHAPITRE VIII.

COMPLÉMENT DES LEVÉS A LA BOUSSOLE. 171

Ier. §. *Connaissant sur la carte la position d'un point inabordable, et la boussole donnant les angles à partir d'une origine tracée sur la carte, obtenir la position d'un point accessible, d'où on découvre le point connu.* ibid.

IIe. §. *Obtenir, avec la boussole, les positions relatives de deux droites connues de longueur, invisibles l'une de l'autre, mais des extrémites desquelles on découvre un même point.* 172

IIIe. §. *De l'emploi des* brouillons *et des* registres *dans la rédaction des itinéraires relevés à la boussole.* 173

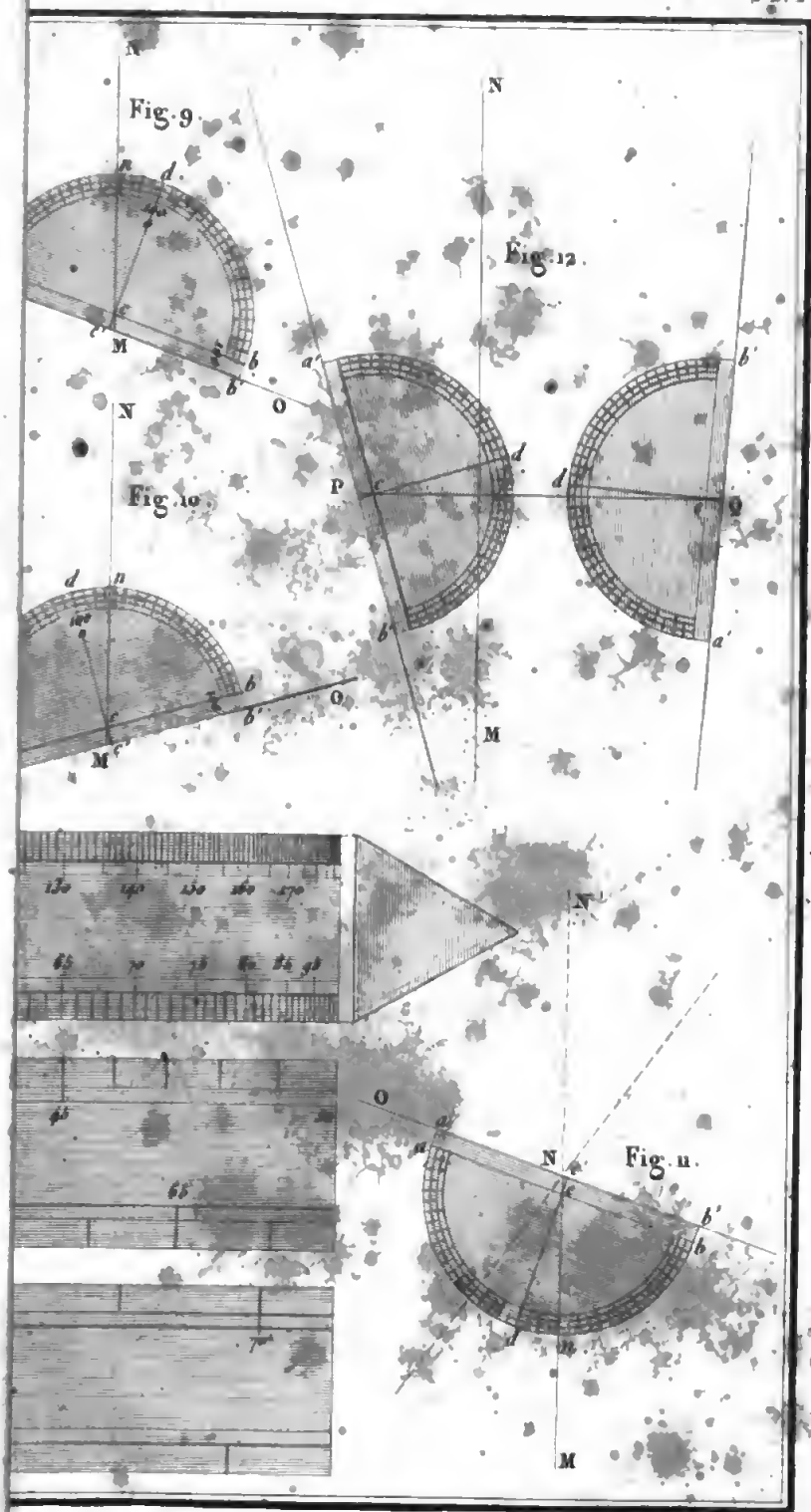
IVe. §. *Emploi de la boussole pour lever les plans des terrains qui contiennent des substances attirables à l'aimant, tels que les galeries souterraines des mines de fer, etc.* 178

V^e. §. *Du* déclinatoire, *et de son usage dans les levés topographiques.* 182

VIe. §. *Rectification du* clisimètre *adapté à la boussole de topographe, et manière de s'en servir.* 185

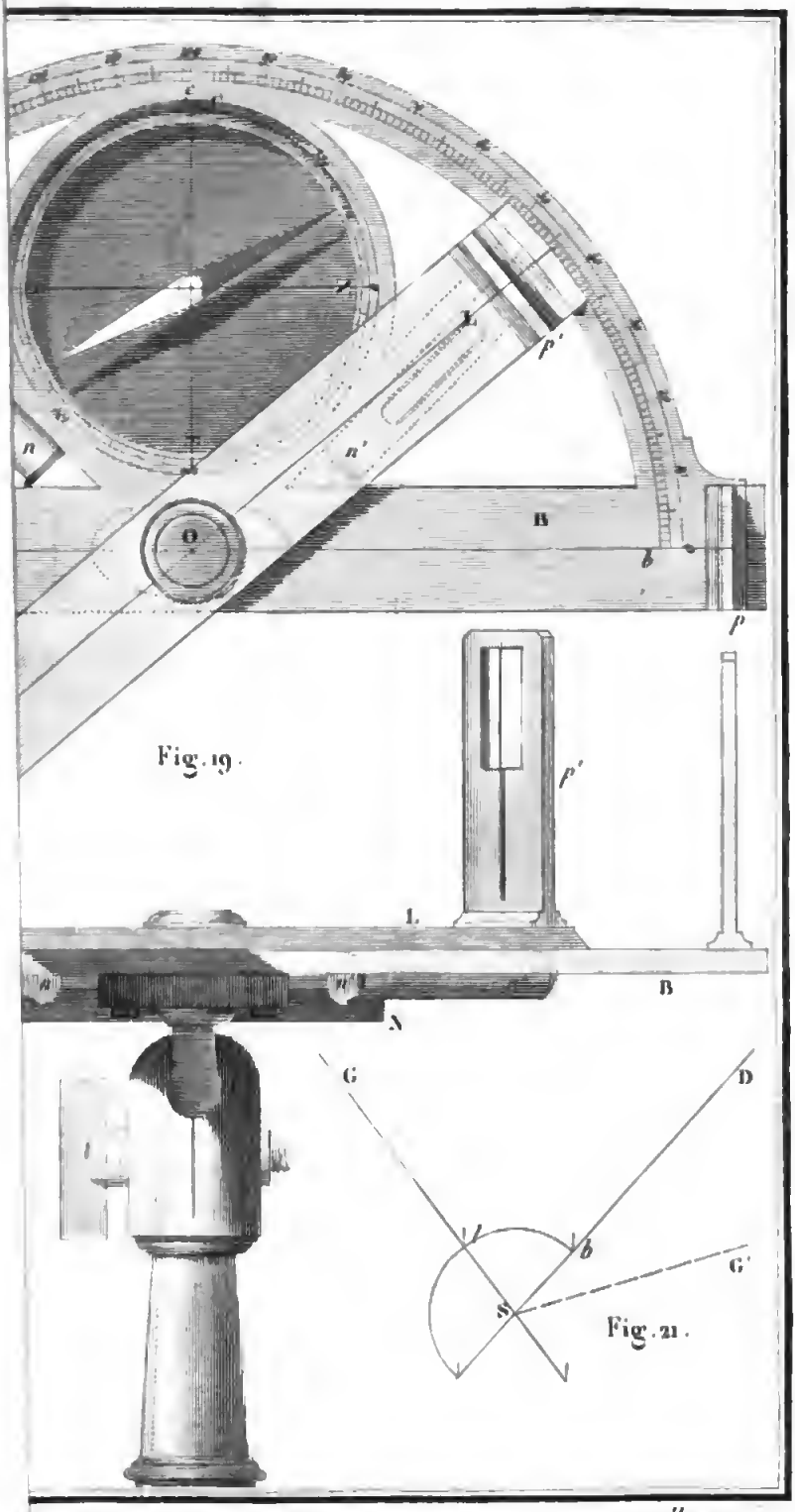
FIN DE LA TABLE.

607833



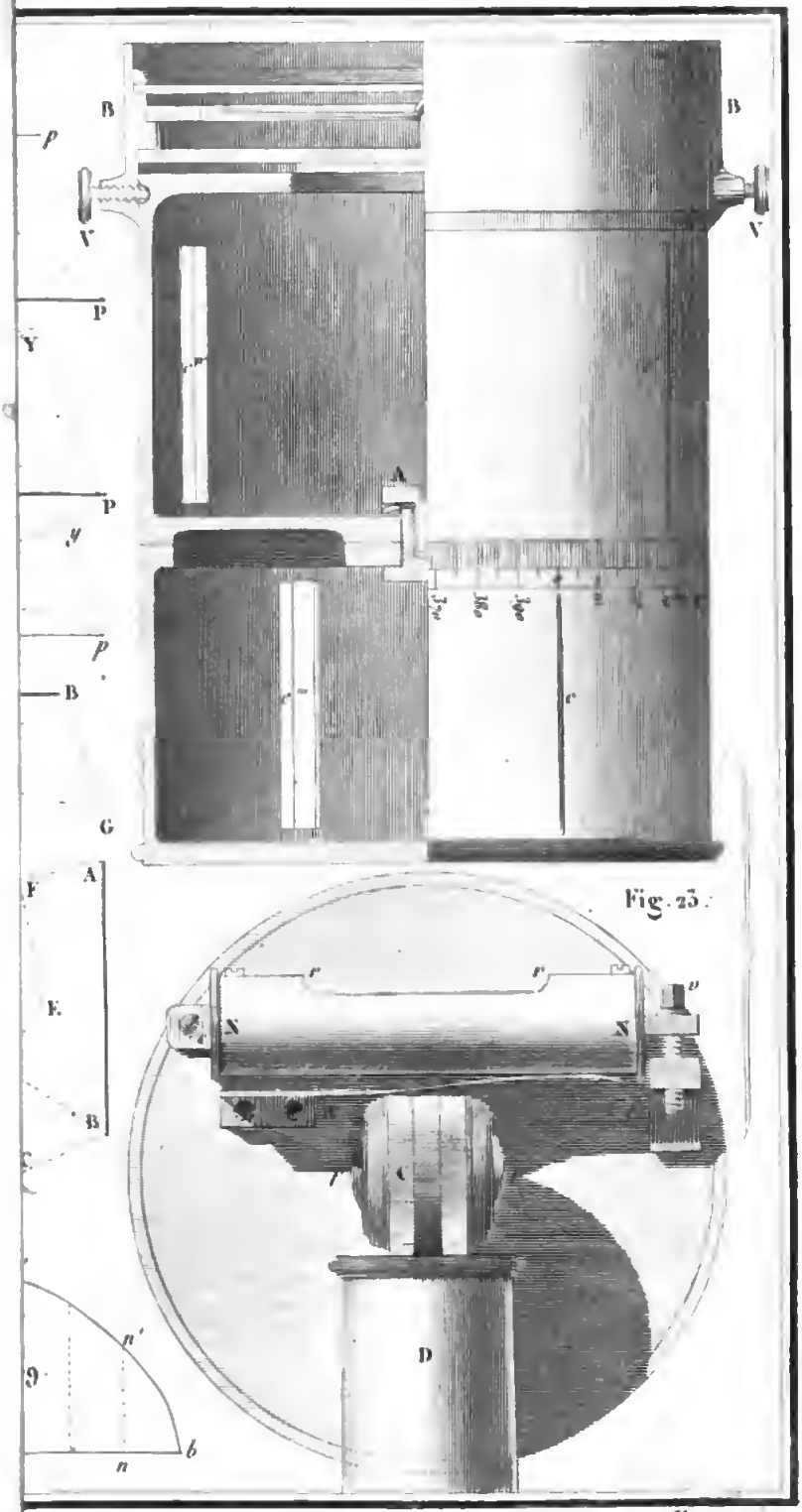
Hacq scrip.

Google

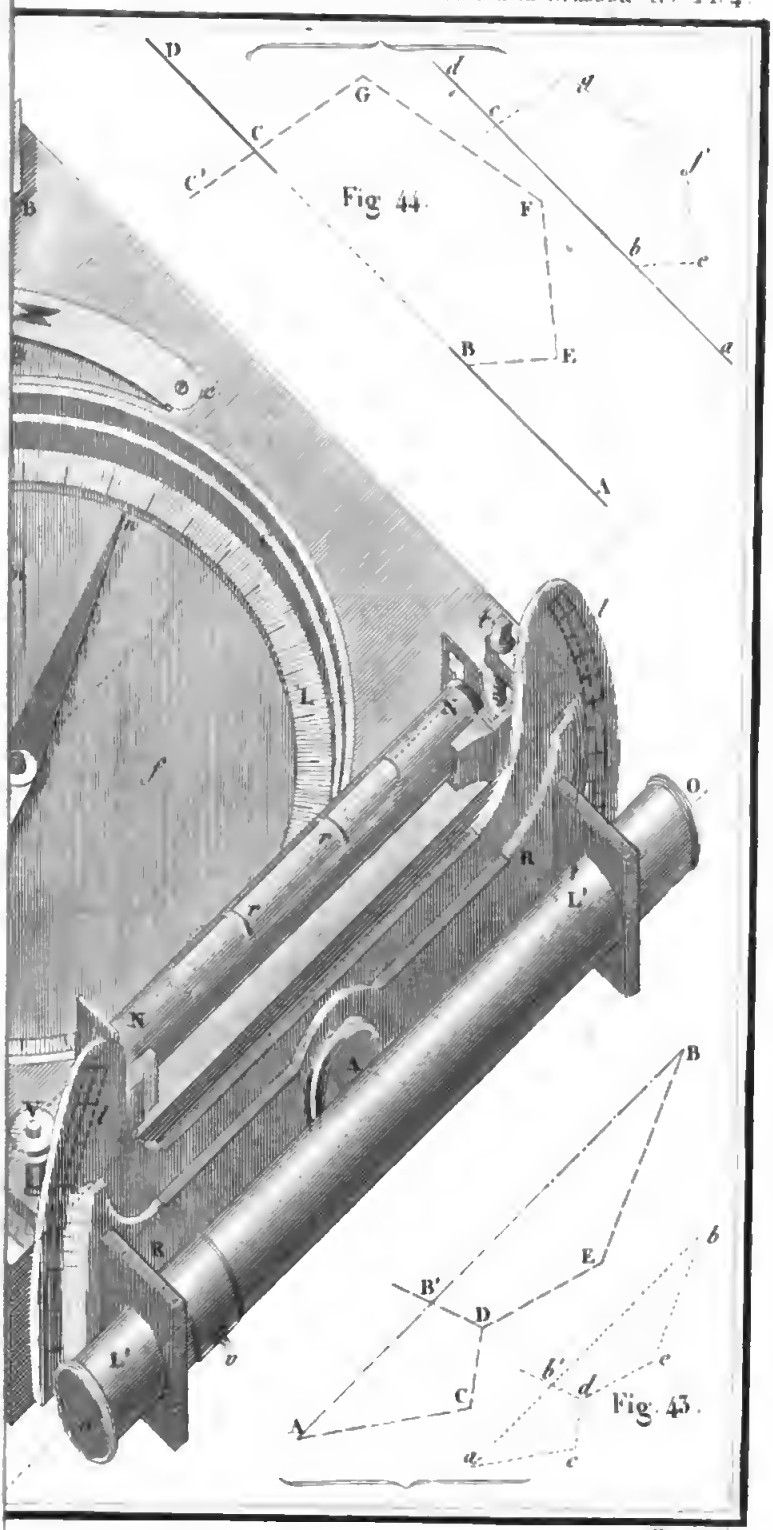


Hacq scrip.

Digitized by Google

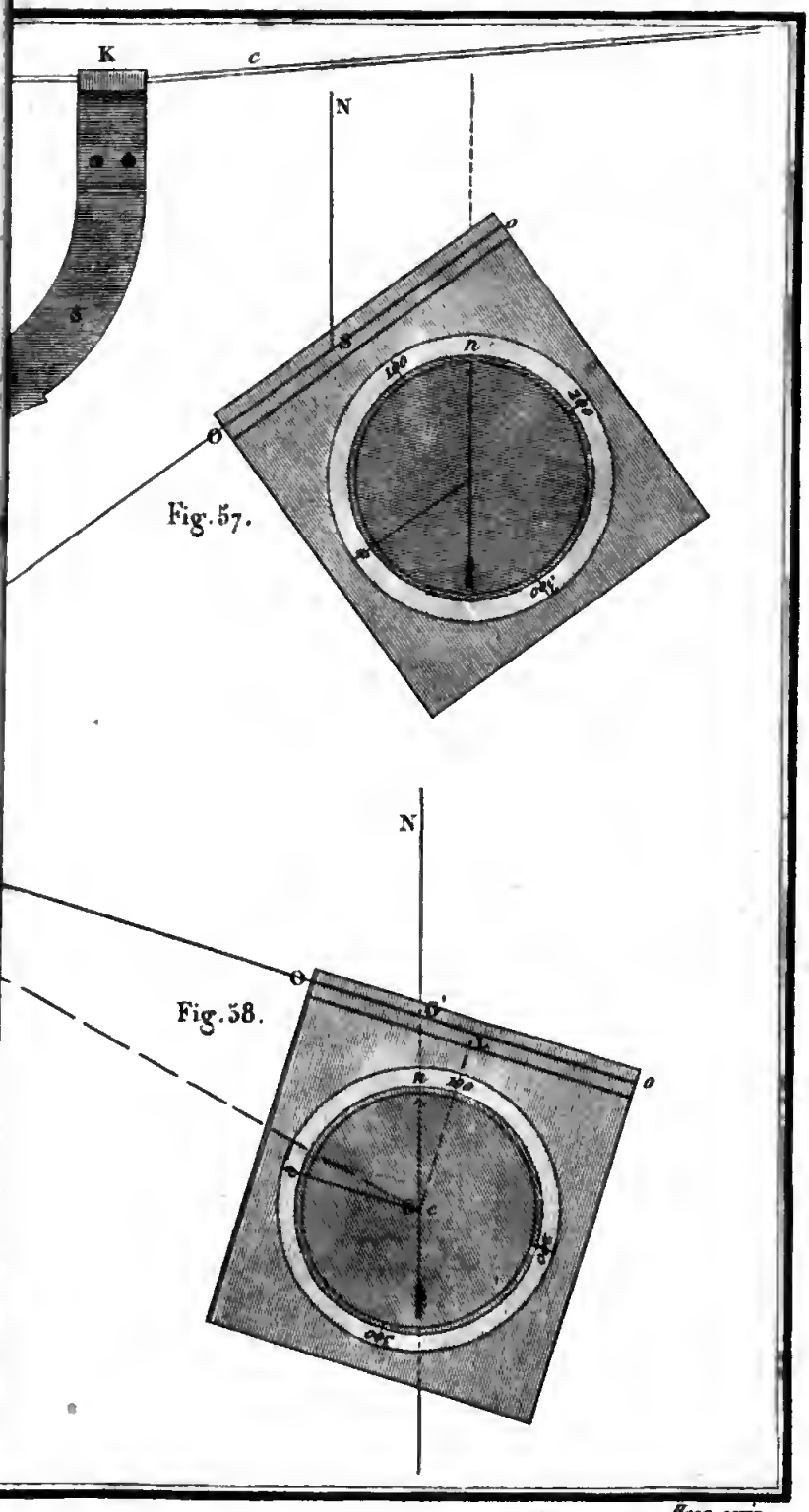


Hacq scrip.

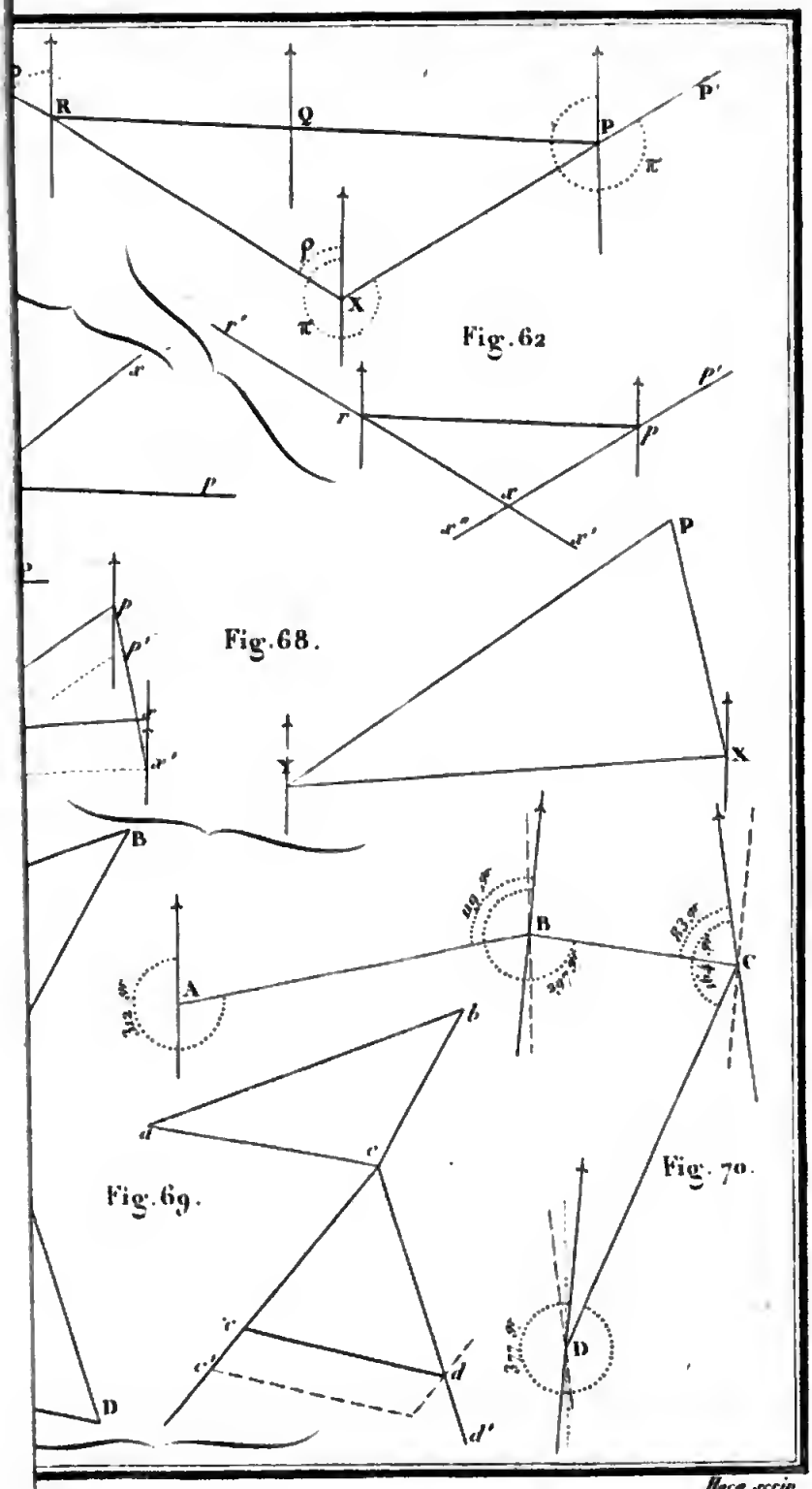


Hacq scrip.

Digitized by Google


K
c
N
o
S
n
120
270
O
Fig. 57.
N
O
Fig. 58.
O'
o
n
270
S
c
Hacq scrip.

Digitized by Google


R
Q
P
P'
π
ρ
X
π
r'
Fig. 62
x
r
p
p'
x''
x'
l
Fig. 68.
P
X
Y
B
A
B
C
b
a
c
Fig. 69.
Fig. 70.
c'
d
d'
D
D

Hacq scrip

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

BIBLIOTECA